# 4. STABILNOŚĆ LOKALNA SYSTEMU ELEKTROENERGETYCZNEGO

## 4.1. Wprowadzenie

Stabilność lokalna systemu elektroenergetycznego (SE) to stabilność jego pracy podczas małych zakłóceń. Do tych zakłóceń można zaliczyć:

- załączanie, wyłączanie małych odbiorów,
- załączanie, wyłączanie pojedynczych generatorów,
- załączanie, wyłączanie pojedynczych linii w sieci elektroenergetycznej (SEE),
- działanie układów regulacji napięcia i częstotliwości podczas tych zmian.

<u>Definicja stabilności</u>
Rozwiązanie $x_1(t)$ równania (układu) różniczkowego nazywamy stabilnym (stabilnym w sensie Lapunowa), jeżeli dla dowolnego $\varepsilon > 0$ i dowolnego czasu $t_0$ można dobrać taką liczbę $\eta$, że dla wszystkich punktów startowych spełniających ograniczenie:

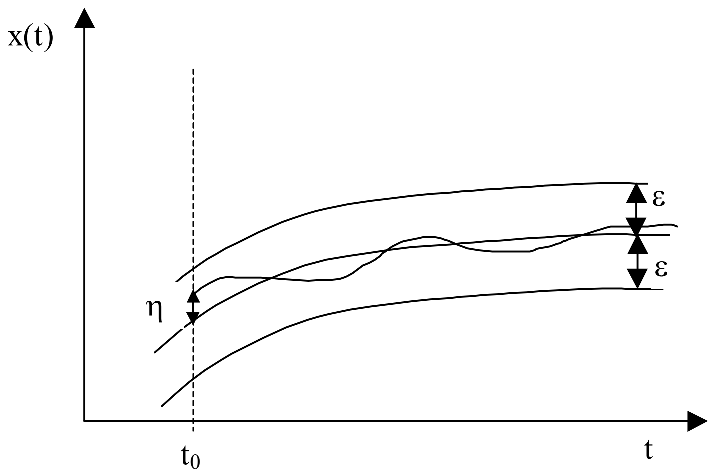
$$\|x_2(t_0) - x_1(t_0)\| < \eta \qquad (4.1)$$

zachodzi:

$$\|x_2(t) - x_1(t)\| < \varepsilon \qquad (4.2)$$

dla każdego $t>t_0$.

Definicję tą zobrazowano na rys. 4.1.




Rys. 4.1 Interpretacja graficzna stabilności

<u>Definicja stabilności asymptotycznej</u>
Rozwiązanie $x_1(t)$ równania (układu) różniczkowego nazywamy stabilnym asymptotycznie, jeżeli jest stabilne a ponadto:

$$\lim_{t\to\infty} \|x_2(t_0) - x_1(t_0)\| = 0 \qquad (4.3)$$

Załóżmy, że system elektroenergetyczny opisano za pomocą układu równań różniczkowych nieliniowych postaci:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{X}) \quad (4.4)$$

Niech $\mathbf{X}_r$ będzie punktem, dla którego mamy:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}_r) = 0 \quad (4.5)$$

Funkcję nieliniową $\mathbf{F}(\mathbf{X})$ możemy zlinearyzować w pewnym otoczeniu punktu $\mathbf{X}_r$. W tym celu funkcję $\mathbf{F}(\mathbf{X})$ rozwiniemy w szereg Taylora do postaci:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{R}(\mathbf{X}) \quad (4.6)$$

gdzie:
- $\mathbf{R}(\mathbf{X})$ - reszta z rozwinięcia;
- $\mathbf{A}$ - macierz Jacobiego - jacobian.

$$\mathbf{A} = \frac{d\mathbf{F}}{d\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

W wyniku pominięcia reszty z rozwinięcia w szereg Taylora otrzymaliśmy opis naszego obiektu za pomocą układu równań różniczkowych liniowych postaci:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} \quad (4.8)$$

Powyższe równanie jest przybliżeniem liniowym układu równań różniczkowych nieliniowych a cała operacja operacją linearyzacji. Do równania nieliniowego i jego przybliżenia liniowego słuszne są następujące twierdzenia tzw. pierwszej metody Lapunowa.

<u>Twierdzenie 1</u>
Układ równań różniczkowych nieliniowych jest stabilny asymptotycznie lokalnie tzn. w otoczeniu punktu linearyzacji, jeśli jego przybliżenie liniowe jest stabilne asymptotycznie.

<u>Twierdzenie 2</u>
Układ równań różniczkowych nieliniowych jest niestabilny jeśli jego przybliżenie liniowe jest niestabilne.

<u>Twierdzenie 3</u>
O stabilności układu równań różniczkowych nieliniowych nie można nic wnioskować jeśli jego przybliżenie liniowe jest stabilne ale nie asymptotycznie.

W związku z powyższymi twierdzeniami i dokonaną linearyzacją musimy rozważyć problem stabilności układu równań różniczkowych liniowych (4.9). W tym celu musimy obliczyć wartości własne $\lambda_i$ macierzy $\mathbf{A}$ z równania:

$$\det(\mathbf{A} - \lambda_i \mathbf{1}) = 0 \quad (4.9)$$

gdzie:

- $\mathbf{1}$ - macierz jednostkowa.

Znając wartości własne możemy rozwiązanie układu równań różniczkowych liniowych zapisać jako:

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} e^{\lambda_i t} \quad (4.10)$$

O stabilności rozważanego układu równań różniczkowych liniowych możemy wnioskować w oparciu o poniższe twierdzenie.

Twierdzenie 4
Układu równań różniczkowych liniowych jest stabilny wtedy i tylko wtedy kiedy wszystkie wartości własne macierzy **A** mają niedodatnie części rzeczywiste.
Układ ten jest stabilny asymptotycznie wtedy i tylko wtedy kiedy wszystkie wartości własne macierzy **A** mają ujemne części rzeczywiste.

### 4.2. Model matematyczny systemu elektroenergetycznego

Przedstawione w rozdziale 4.1. rozważania dotyczące stabilności układu równań różniczkowych będą wykorzystane do badania stabilności systemu elektroenergetycznego. W tym celu musimy określić układ równań różniczkowych opisujących system elektroenergetyczny w stanach przejściowych. W wysokonapięciowym systemie elektroenergetycznym mamy do czynienia z dwoma rodzajami elementów:

- urządzenia przesyłowo-rozdzielcze,
- generatory.

Rozważając urządzenia przesyłowo-rozdzielcze jako obiekty dynamiczne można przyjąć, że stała czasowa składowej aperiodycznej jest nie większa niż 0.2s i nie wywołuje znaczących momentów działających na wał generatora. W generatorze jako obiekcie dynamicznym można wyróżnić następujące elementy wraz z ich stałymi czasowymi:

- uzwojenia stojana, stała czasowa składowej aperiodycznej nie większa niż 0.2 s,
- uzwojenia tłumiące, stała czasowa $T_d''$ nie większa niż 0.2 s,
- uzwojenie wzbudzenia, stała czasowa $T_d' = (6 \div 0.6)$ s,
- wirująca masa wirnika, stała czasowa $T_m = (4 \div 12)$ s.

Dlatego, w pierwszym przybliżeniu, będziemy modelować jedynie generator jako układu równań różniczkowych opisujących dynamikę mas wirujących wirnika.

Energia kinetyczna mas wirujących $E_k$ jest zdefiniowana wzorem:

$$E_k = \frac{J\,\omega^2}{2} \quad (4.11)$$

gdzie:
- J - moment bezwładności wirnika turbo- hydrogeneratora;
- $\omega$ - prędkość obrotowa wirnika.

Zgodnie z zasadą zachowania energii mamy, że w każdej chwili zamianie mocy działających na wirnik a więc mocy mechanicznej $P_m$ i elektrycznej $P_e$ towarzyszy zmiana energii kinetycznej, czyli:

$$\frac{d\,E_k}{d\,t} = P_m - P_e \quad (4.12)$$

Równanie ruchu obrotowego wirnika i-tego generatora jest następujące:

$$J_i\,\omega_i \frac{d\,\omega_i}{d\,t} = P_{mi} - P_{ei} \quad (4.13)$$

Moment elektromagnetyczny generatora można uzależnić od mocy elektrycznej $P_e$ oddawanej przez generator do sieci:

$$P_e = \omega M_e \quad (4.14)$$

Uwzględniając powyższe równanie, zależność prędkości obrotowej od kąta:

$$\omega_i = \frac{d\,\delta_i}{d\,t} \quad (4.15)$$

oraz fakt występowania momentu (mocy) tłumiącego to otrzymamy:

$$J_i \frac{d^2\delta_i}{dt^2} = M_{mi} - M_{ei} - M_{Di} \quad (4.16)$$

gdzie:
- $M_{mi}$ - moment mechaniczny turbiny, moment napędowy wirnika;
- $M_{ei}$ - moment elektromagnetyczny generatora, podstawowy moment hamujący generatora:
- $M_{Di}$ - moment tłumiący turbo- hydrogeneratora;
- $\delta_i$ - kąt pomiędzy siłą elektromotoryczną generatora a napięciem sieci sztywnej.

Równanie ruchu obrotowego wirnika i-tego generatora zapiszemy teraz jako układ równań w następujące sposób:

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i \quad (4.17)$$

$$J_i\omega_i \frac{d\omega_i}{dt} = P_{mi} - P_{ei} - D_i \frac{d\delta_i}{dt} \quad (4.18)$$

Moment bezwładności wirnika generatora można wyrazić w funkcji mechanicznej stałej czasowej $T_m$ następująco:

$$J = \frac{T_m S_N}{\omega_S^2} \quad (4.19)$$

Mechaniczna stała czasowa ma interpretację fizyczną. Jeśli pominiemy tłumienie i do nieruchomego wirnika nieobciążonego generatora przyłożymy znamionowy moment turbiny to przyspieszenie wirnika jest następujące:

$$\varepsilon = \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\omega_S}{\omega}\frac{\omega_S}{T_m S_N}\omega M_{mN} = \frac{\omega_S}{\omega}\frac{\omega_S}{T_m\ \omega_S M_{mN}}\omega M_{mN} = \frac{\omega_S}{T_m}$$
(4.20)

W skutek działania takiego przyspieszenia po czasie $t = T_m$ wirnik generatora uzyskuje prędkość synchroniczną.
W przypadku rozważania najprostszego układu pracy generatora, układu generator-sieć sztywna, moc elektryczną generatora można zapisać w funkcji: kąta $\delta_i$, siły elektromotorycznej generatora, napięciem sieci sztywnej oraz impedancji $\underline{Z} = Z e^{j\theta}$ pomiędzy tymi napięciami. Równanie to jest postaci:

$$P_{ei} = \frac{E_{di}^2}{Z}\sin\alpha_{ii} - \frac{E_{di}U_s}{Z}\sin(\delta_i - \alpha_{ii}) \quad (4.21)$$

Przy pominięciu rezystancji w obwodzie mamy:

$$J_i\omega_i\frac{d^2\delta_i}{dt^2} = P_{mi} - \frac{E_{di}U_s}{X}\sin\delta_i - D_i\frac{d\delta_i}{dt} \quad (4.22)$$

## 4.3. Kołysania wirnika generatora przy chwilowym zaburzeniu bilansu mocy czynnej

Wprowadzimy pojęcie współczynnika bezwładności jako:

$$M_i = J_i\omega_i \quad (4.23)$$

Wtedy równanie ruchu wirnika generatora ma postać:

$$\frac{d^2\delta_i}{dt^2} = \frac{P_{mi} - P_{ei}}{M_i} - \frac{D_i}{M_i}\frac{d\delta_i}{dt} \qquad (4.24)$$

Pierwszy składnik powyższego równania możemy zapisać:

$$P_{ei} - P_{mi} = \Delta P_i = \frac{dP_{ei}}{d\delta_i}\Delta\delta_i = H_i\Delta\delta_i \quad (4.25)$$

Równanie (4.25) jest linearyzacją krzywej mocy elektrycznej w funkcji kąta $\delta$ wokół rozważanego pewnego kąta początkowego $\Delta\delta(t=0) = \delta_0$. Uwzględniając to w równaniu (4.24) mamy:

$$\frac{d^2\Delta\delta_i}{dt^2} + \frac{D_i}{M_i}\frac{d\Delta\delta_i}{dt} + \frac{H_i}{M_i}\Delta\delta_i = 0 \quad (4.26)$$

Równanie powyższe zapiszemy jako:

$$\frac{d^2\Delta\delta_i}{dt^2} + d_i\,\frac{d\Delta\delta_i}{dt} + h_i\ \Delta\delta_i = 0 \ (4.27)$$

gdzie: $d_i = \frac{D_i}{M_i}$ oraz $h_i = \frac{H_i}{M_i}$.

Ogólne rozwiązanie równania (4.27) jest postaci:

$$\Delta\delta = Ae^{\lambda t} \quad (4.28)$$

a jego pochodne:

$$\frac{d\Delta\delta}{dt} = A\ \lambda\ e^{\lambda t} \quad (4.29)$$

$$\frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} = A\ \lambda^2\ e^{\lambda t} \quad (4.30)$$

Po podstawieniu tych funkcji do równania (4.27) otrzymujemy:

$$\lambda^2 + d\,\lambda + h = 0 \quad (4.31)$$

nazywane równaniem charakterystycznym. Rozwiązania tego równania są następujące:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{-d-\sqrt{d^2-4h}}{2} \\ \lambda_2 &= \frac{-d+\sqrt{d^2-4h}}{2} \end{aligned} \quad (4.32)$$

Powyższe wielkości to wartości własne układu. W zależności od wartości wyrażenia pod pierwiastkiem, wartości własne $\lambda_1$ oraz $\lambda_2$ mogą być rzeczywiste lub zespolone. Rozwiązanie równania różniczkowego (4.27) jest postaci:

$$\Delta\delta = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t} \quad (4.33)$$

Musimy teraz wyznaczyć stałe $A_1$ oraz $A_2$. W tym celu rozważymy chwilę początkową oraz jej pochodną, wtedy mamy:

$$\begin{aligned} A_1 + A_2 &= \delta_0 \\ \lambda_1 A_1 + \lambda_2 A_2 &= 0 \end{aligned} \quad (4.34)$$

W wyniku rozwiązania powyższego układu równań mamy:

$$A_1 = \delta_0 \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$$
$$A_2 = -\delta_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \qquad (4.35)$$

czyli ogólna postać rozwiązania:

$$\Delta\delta = \frac{\delta_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(\lambda_2 e^{\lambda_1 t} - \lambda_1 e^{\lambda_2 t}\right) \qquad (4.36)$$

Zakładając, że moment tłumiący pochodzący od zjawisk elektromagnetycznych, wytwarzany przez uzwojenia tłumiące, można pominąć to d>0 albowiem pochodzi jedynie od tłumienia mechanicznego. Przy małych kątach obciążenia wartości pochodnej $\frac{dP_e}{d\delta}$ są duże a więc mamy:

$$d^2 < 4h \ (4.37)$$

czyli wartości własne $\lambda_1$ oraz $\lambda_2$ są zmiennymi zespolonymi o postaci:

$$\lambda_1 = -\alpha - j\omega_w$$
$$\lambda_2 = -\alpha + j\omega_w \qquad (4.38)$$

$$\alpha = \frac{d}{2}$$
$$\omega_w = \frac{\sqrt{4h - d^2}}{2} \qquad (4.39)$$

gdzie:

- $\alpha$ - współczynnik tłumienia,
- $\omega_w$ – prędkość kątowa drgań kąta.

Rozważymy wszystkie możliwe przypadki tego rozwiązania:

1) h>0

W tej sytuacji rozwiązanie zależy od wzajemnej relacji wielkości d oraz h.

a) $d^2 < 4h$

Przy małych kątach obciążenia wartości pochodnej $\frac{dP_e}{d\delta}$ są duże a więc mamy $d^2 < 4h$

a przebieg kąta jest postaci:

$$\Delta\delta = \delta_0 e^{-\alpha t}\left(\cos\omega_w t + \frac{\alpha}{\omega_w}\sin\omega_w t\right) \qquad (4.40)$$

Z powyższego równania wynika, że mamy do czynienia drganiami tłumionymi do wartości początkowej a więc taki punkt jest punktem stabilnym.

b) $d^2 > 4h$

Wartości własne $\lambda_1$ oraz $\lambda_2$ są teraz zmiennymi rzeczywistymi a rozwiązanie ma postać (4.36) przy czym mamy:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &< 0 \\ \lambda_2 &< 0 \end{aligned} \quad (4.41)$$

Kąt $\delta$ zmienia się więc aperiodycznie do wartości początkowej a więc taki punkt jest punktem stabilnym.

2) h<0

Wartości własne $\lambda_1$ oraz $\lambda_2$ są teraz zmiennymi rzeczywistymi a rozwiązanie ma postać (4.32) przy czym mamy:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &< 0 \\ \lambda_2 &> 0 \end{aligned} \quad (4.42)$$

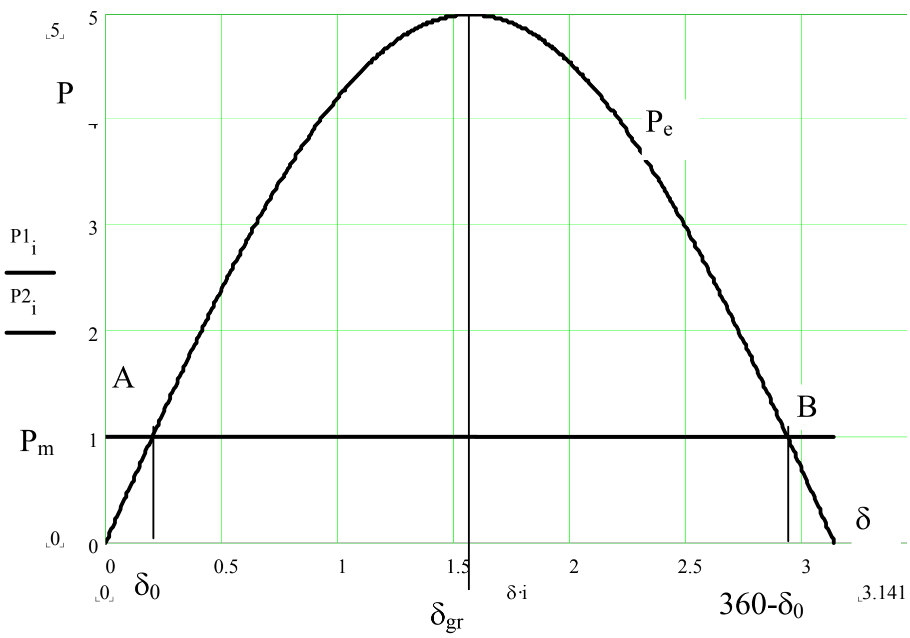
Kąt $\delta$ rośnie aperiodycznie a więc taki punkt jest punktem niestabilnym.

## 4.4. Kryterium $\frac{dP}{d\delta}$ w układzie generator – sieć sztywna przy chwilowym zaburzeniu bilansu mocy czynnej

W przypadku rozważenia układu generator – sieć sztywna pominiemy w pierwszym etapie rezystancje układu. Wtedy moc elektryczna jest opisana zależnością:

$$P_e = \frac{E_g U_s}{X_E} \sin\delta \quad (4.43)$$

Zależność mocy elektrycznej i mechanicznej generatora w funkcji kąta $\delta$ pokazano na rys. 4.2. Mamy wtedy dwa punkty pracy wynikające z przecięcia się charakterystyki $P_e(\delta)$ z charakterystyką $P_m$ – mocy turbiny, są to punkt A i B. W przypadku, gdy momenty mechaniczny jest równy mocy elektromagnetycznej tzn. $M_m + M_e = 0$ czyli $P_m + P_e = 0$ wirnik obraca się ze stałą prędkością obrotową $\omega$. Gdy $P_m + P_E \neq 0$, to wirnik zmniejsza lub zwiększa swoją prędkość $\omega$.




Rys. 4.2 Moc elektryczna i mechaniczna generatora w funkcji kąta δ

Wiemy, że systemie elektroenergetycznym nie można przyjąć mocy $P_e$ ze stałą w funkcji czasu. Załóżmy, że w pewnej chwili:

1. Został dołączony do rozpatrywanej sieci nowy odbiór o mocy $\Delta P_e$, przy czym odbiór ten jest załączony na pewien krótki czas –załączenie to ma charakter zakłócenia. Załóżmy dla uproszczenia, że całe $\Delta P_e$ ma zostać pokryte przez rozważany generator. W rzeczywistości tylko część $\Delta P_e$ będzie pokrywana przez ten generator. Wtedy moc elektryczna:

   $P_{e1} = P_e + \Delta P_e$ (4.44)

   jest większa od mocy $P_m$

   $P_{e1} > P_m$ (4.45)

   czyli

   $M_{e1} > M_m$ (4.46)

   wirnik będzie hamowany czyli zacznie maleć jego prędkość obrotowa ω, to związana z wirnikiem siłą elektromotoryczna. $E_{g1}$ zacznie zmieniać swoje położenie. Mamy teraz dwie różne sytuacje:

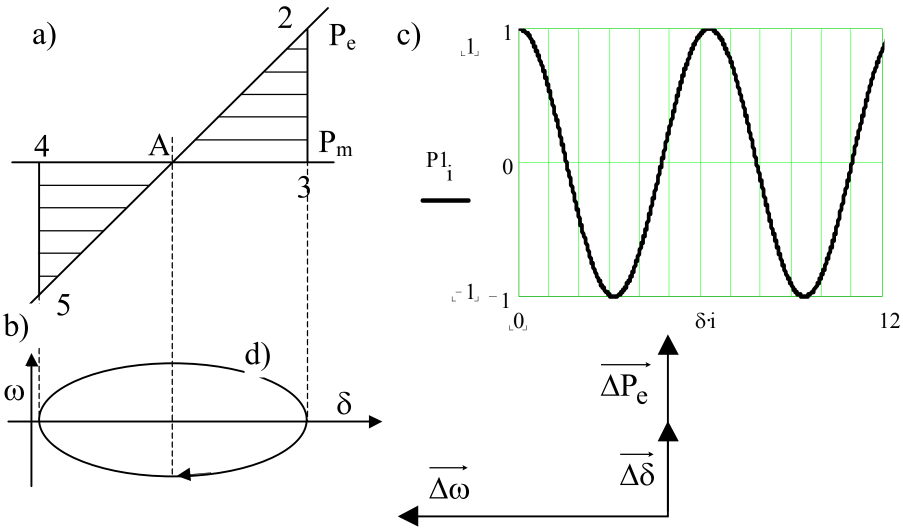
   a) Praca w punkcie A
   Dołączenie dodatkowej mocy powoduje, że generator znajduje się w punkcie 2 rys. 4.3a. Wirnik będzie hamowany, czyli zacznie maleć jego prędkość obrotowa wywołując zmniejszenie kąta δ i w konsekwencji zmniejszenie mocy przesyłanej z generatora do sieci sztywnej zgodnie z charakterystyką P(δ). Wtedy moc niezbilansowana $P_m - P_e(\delta_z) - \Delta P_e$ maleje. W punkcie A moc elektryczna i mechaniczna są sobie równe, lecz ruch wirnika nie zostanie zatrzymany. W trakcie swojej drogi od punktu 2 do A w wirniku została zgromadzona pewna ilość energii kinetycznej hamującej a prędkość obrotowa jest mniejsza od synchronicznej (rys. 4.3b). Energia kinetyczna hamująca zgodnie z wzorem (4.12) wynosi:

$$\Delta E_{kh} = \int \left(P_m - P_e\right) d\,t \qquad (4.47)$$

Wykorzystując równanie (4.15) mamy:

$$\Delta E_{kh} = \int \frac{\left(P_m - P_e\right)}{\omega} d\,\delta = \frac{1}{\omega} \int \left(P_m - P_e\right) d\,\delta \qquad (4.48)$$

Zakładają, że zmiany prędkości obrotowej są niewiele różne od synchronicznej to energia kinetyczna hamując jest proporcjonalna do pola powierzchni A, 2, 3. Po minięciu punktu A prędkość zacznie rosnąć. Teraz wirnik wychyli się do punktu 5 gromadząc po drodze energię kinetyczną przyspieszającą. Położenie punktu 5 wynika z równości energii kinetycznej hamującej i przyspieszającej. Można, więc stwierdzić, że pole powierzchni A, 5, 4 musi być równe polu A, 2, 3. Ten wywód nosi nazwę metody równych powierzchni. W punkcie 5 zrównały się energie kinetyczne hamująca i przyspieszająca, lecz mamy różnicę mocy. Moc napędowa jest większa od hamującej i wirnik będzie przyspieszał dalej. Na rys. 4.3b pokazano przebieg prędkości obrotowej a na rys. 4.3c przebieg różnicy pomiędzy mocą elektryczną i mechaniczną. Wahania się wirnika od punktu 2 do 5 i z powrotem będą trwałe.



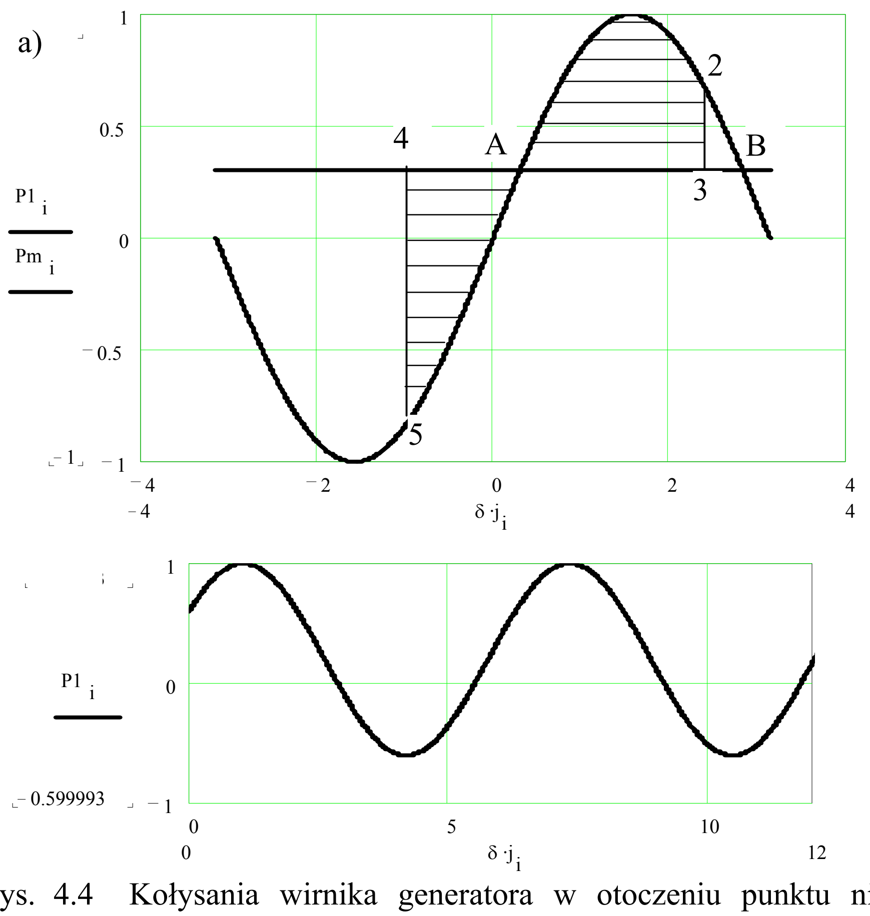

Rys. 4.3 Kołysania wirnika generatora w otoczeniu punktu równowagi z pominięciem tłumienia

Na rys. 4.3d zaprezentowano te wielkości jako wektory. Zmiana prędkości obrotowej jako pochodna zmiany kąta wyprzedza go w fazie o $90^o$. Wektor reprezentujący zmiany mocy takie jak na rys. 4.3c jest w fazie z wektorem kąta.

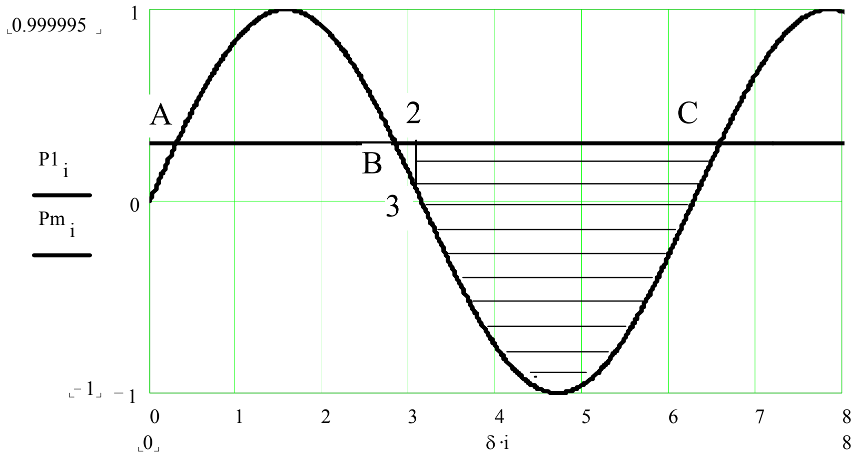
b) Praca w punkcie B

Dołączenie dodatkowej mocy powoduje, że generator znajduje się w punkcie 2 rys. 4.4a. Wirnik będzie hamowany, czyli zacznie maleć jego prędkość obrotowa wywołując zmniejszenie kąta $\delta$ i w konsekwencji powiększenie mocy przesyłanej z generatora do sieci sztywnej zgodnie z charakterystyką P(δ). Wtedy moc niezbilansowana $P_m - P_e\left(\delta_z\right) - \Delta P_e$ wzrośnie. W punkcie A moc elektryczna i mechaniczna są sobie równe, lecz ruch wirnika nie zostanie zatrzymany. W trakcie swojej drogi od punktu 2 do A w wirniku została zgromadzona pewna ilość energii kinetycznej hamującej (pole 3, 2, A) a prędkość obrotowa jest mniejsza od synchronicznej (rys. 4.4b. W tym wypadku ustali jednak się nowy stabilny punkt pracy, punkt A, lecz nie będzie to wyjściowy punkt B.

2. Został odłączony od rozpatrywanej sieci odbiór o mocy $\Delta P_e$, przy czym odbiór ten jest odłączony na pewien krótki czas. Załóżmy, że całe $\Delta P_e$ zostanie pokryte przez zmianę mocy rozważanego generatora. Wtedy moc elektryczna jest mniejsza od mocy mechanicznej wirnik będzie przyspieszany, czyli zacznie rosnąć prędkość obrotowa ω, to związana z wirnikiem siła elektromotoryczna. $E_{g1}$ zacznie zmieniać swoje położenie. Mamy teraz dwie różne sytuacje:
   a) Gdy pracujemy w punkcie A powiększenie δ powoduje powiększenie mocy przesyłanej z generatora do sieci sztywnej zgodnie z charakterystyką P(δ). Wtedy moc niezbilansowana $P_m - P_e(\delta_z) - \Delta P_e$ maleje stabilizując pracę generatora.
   b) Gdy pracujemy w punkcie B, to powiększenie kąta δ powoduje powiększenie mocy przesyłanej z generatora do sieci sztywnej. Wtedy moc niezbilansowana $P_m - P_e(\delta_z^{'}) - \Delta P_e$ wzrośnie co prowadzi do destabilizacji pracy maszyny. W tym wypadku nie ustali jednak się nowy stabilny punkt pracy a prędkość wirnika będzie rosła w nieskończoność (rys. 4.5).




Rys. 4.4 Kołysania wirnika generatora w otoczeniu punktu niestabilnego z pominięciem tłumienia




Rys. 4.5 Kołysania wirnika generatora w otoczeniu punktu niestabilnego z pominięciem tłumienia

Reasumując powyższe rozważania o zmianach mocy elektrycznej można stwierdzić, że:

1. Punkt A jest punktem pracy stabilnej.
2. Punkt B jest punktem pracy stabilnej.
3. Stabilna praca jest tylko na odcinku, gdzie $\frac{dP}{d\delta} \geq 0$.
4. Gdy wartość $\frac{dP}{d\delta} < 0$ praca generatora jest niestabilna.
5. Warunek $\frac{dP}{d\delta}$ jest kryterium określania granicy równowagi statycznej.
6. Granica równowagi statycznej występuje gdy $\frac{dP}{d\delta} = 0$.

Moc, jaka płynie w układzie gdy $\frac{dP}{d\delta} = 0$ mocą taką nazywamy mocą graniczną równowagi statycznej. Przy mocy granicznej mamy w rozważanym układzie $\delta_{gr}=90^o$.
Pochodną mocy po kącie:

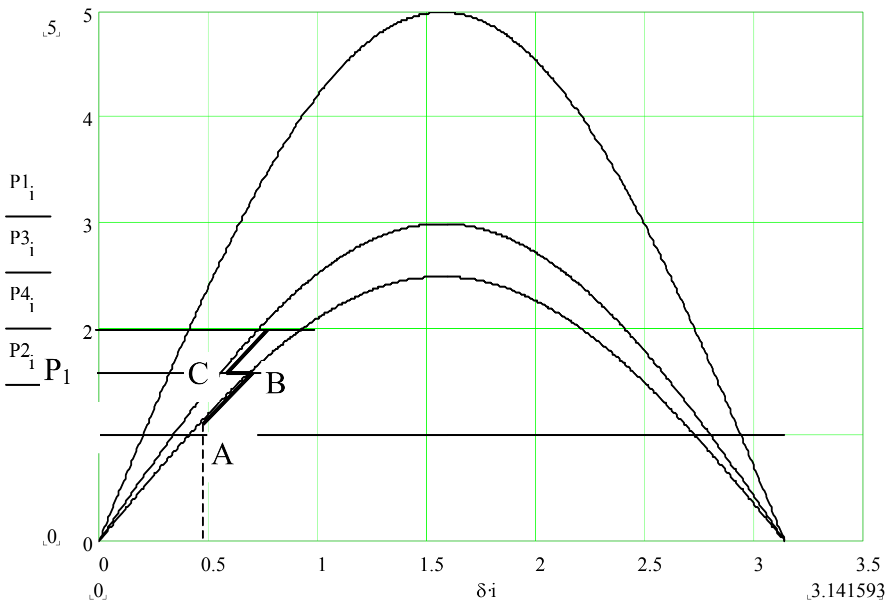
$$\frac{dP}{d\delta} = \frac{E_g U_S}{X_E} \cos\delta \quad (4.49)$$

nazywamy **mocą synchronizującą** generatora. Moc synchronizująca jest miarą zapasu stabilności generatora.
W sytuacji gdyby zmiana mocy elektrycznej nie była chwilowa, a w rzeczywistym układzie często mamy do czynienia z taką sytuacją, to zacznie spadać częstotliwość ze stałą czasową proporcjonalną do $T_m$=(6÷12)s. Wówczas zaczną reagować regulatory pierwotne turbiny i ewentualnie regulator wtórny i ustala nowy punkt pracy. Sytuacja tak zostanie dokładnie przeanalizowana w jednym z następnych podrozdziałów.
Dotychczas analizowano generator, gdy brak jest działania jego regulatorów wzbudzenia. Wtedy granicę równowagi statycznej nazywamy naturalną granicą równowagi statycznej. Rozważmy teraz układ, w którym generator jest jednak wyposażony w regulator wzbudzenia. Regulator wzbudzenia stara się utrzymać stałe napięcie generatora poprzez zmianę napięcia wzbudzenia z ograniczeniami wynikającymi z dopuszczalnego jego zakresu pracy. Rozważany regulator wzbudzenia może być:

1. Powolny,
2. Szybki.

Jako regulator szybki będziemy uważali taki regulator, który utrzymuje stałą wartość napięcia na zaciskach generatora bezpośrednio po zmianie obciążenia.
W regulatorze powolnym (rys. 4.3) po zmianie obciążenia z wartości $P_0$ (punkt A) do $P_1$ następuje zmiana kąta zgodnie z wyjściową charakterystyką (punkt B) a dopiero później regulator zwiększa napięcie wzbudzenia tak, aby napięcie na zaciskach generatora było stałe. Zmiana napięcia wzbudzenia powoduje powiększenie siły elektromotoryczne generatora w efekcie charakterystyki P(δ).Generatora znajdzie się w punkcie C. Kolejne etapy pracy są więc następujące:

- Zwiększenie obciążenia przy stałym wzbudzeniu,
- Zwiększenie napięcia wzbudzenia.

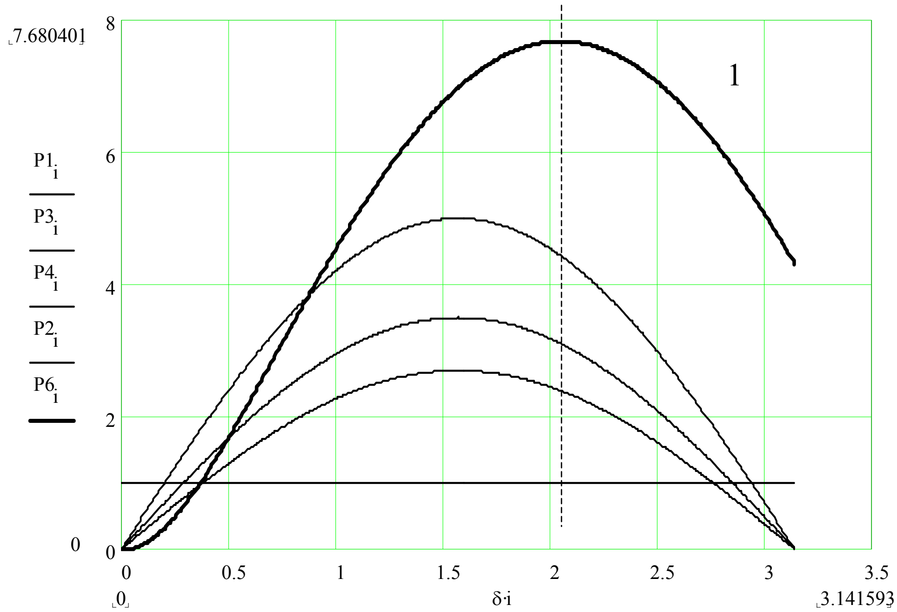



Rys. 4.6 Moc elektryczna i mechaniczna generatora w funkcji kąta δ w przypadku, gdy generator jest wyposażony w wolne regulatory wzbudzenia

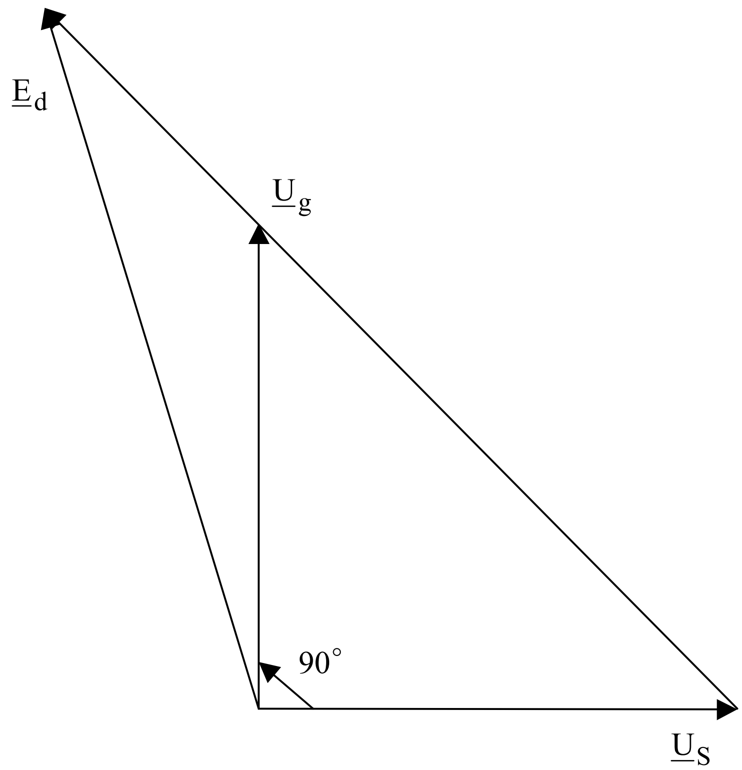
W regulatorze szybkim (rys. 4.7) po zmianie obciążenia z wartości $P_0$ do $P_1$ następuje natychmiastowa zmiana napięcia wzbudzenia tak, że napięcie na zaciskach generatora pozostaje stałe. W wyniku zamiast klasycznej P(δ) otrzymujemy krzywą 1. Warunek $\frac{dP}{d\delta}=0$ jest dla niej spełniony przy kącie $\delta>90^o$. W aktualnie stosowanych regulatorach osiąga się $\delta\approx120^o$.Jest to tzw. sztuczna (dynamiczna) granica równowagi statycznej. Moc graniczna jest wtedy większa w stosunku do mocy granicznej równowagi naturalnej. Dynamiczna moc graniczna jest określona poprzez:

- napięcie sieci sztywnej,
- napięcie na zaciskach generatora,
- impedancję pomiędzy napięciem sieci sztywnej a napięciem na zaciskach generatora.

Na rys. 4.5 zaprezentowano wykres wskazowy generatora i sieci sztywnej w przypadku występowania sztucznej granicy równowagi statycznej.




Rys. 4.7 Moc elektryczna i mechaniczna generatora w funkcji kąta δ w przypadku, gdy generator jest wyposażony w szybkie regulatory wzbudzenia




Rys. 4.8 Wykres wskazowy generatora w przypadku występowania sztucznej granicy równowagi statycznej

Z powyższego wykresu wskazowego wynika, że kąt $90^o$ jest tu również utrzymywany jednak nie pomiędzy siłą elektromotoryczną generatora i napięciem sieci sztywnej a pomiędzy napięciem na zaciskach generatora i napięciem sieci sztywnej.

Określenie punktu pracy względem granicy równowagi definiuje się przez trzy współczynniki zapasu stabilności statycznej:

$$k_p = \frac{P_{gr} - P_o}{P_o} \quad (4.50)$$

$$k_\delta = \frac{\delta_{gr} - \delta_o}{\delta_o} \quad (4.51)$$

$$k_u \frac{U_o - U_{gr}}{U_o} \quad (4.52)$$

gdzie:
- $P_o$, $\delta_o$, $U_o$ – wartości w punkcie pracy,
- $P_{gr}$, $\delta_{gr}$, $U_{gr}$ – wartości graniczne.

## 4.5. Zastosowanie kryterium $\frac{dP}{d\delta}$ w układzie wielomaszynowym

W przestrzeni o współrzędnych ($\delta_{1,n,}$ $\delta_{2,n}$, ..., $\delta_{n-1,,n}$) każdy punkt jest
- stabilny lokalnie
- niestabilny lokalnie.

Zbiór punktów stabilnych nazywamy obszarem stabilności lokalnej. Wewnątrz tego obszaru mamy stany stabilne. Na zewnątrz niestabilne. Brzeg obszaru stabilności nazywamy powierzchnią stanów granicznych. Stosowanie kryterium $\frac{dP}{d\delta}$ w odniesieniu do maszyny synchronicznej polega na ustaleniu zmiany mocy elektrycznej maszyny dP wywołanego zmianą kąta $\delta$ o $d\delta$ lub odwrotnie. W tym przypadku zakłada się, że :
- wzbudzenia wszystkich maszyn synchronicznych są stałe,
- regulatory w elektrowniach utrzymują stałą częstotliwość sieci.

Zakładamy dodatkowo, że znamy pewien stan wyjściowy do obliczeń tzn. rozpływy mocy i SEM generatora. Dla celów tych obliczeń odbiory modelujemy stałą impedancją. Ponieważ trudno jest przewidzieć, w jaki sposób zmiana obciążenia podzieli się pomiędzy maszyny trzeba ten podział założyć arbitralnie. Do tych rozważań możemy wyróżnić trzy stany pracy w zastępczym systemie elektroenergetycznym:
1. jedna z maszyn synchronicznych pracuje jako silnik i reprezentuje odbiory,
2. wszystkie maszyny są generatorami synchronicznymi – oddają moc,
3. w systemie występuje węzeł, który możemy nazwać siecią sztywna.

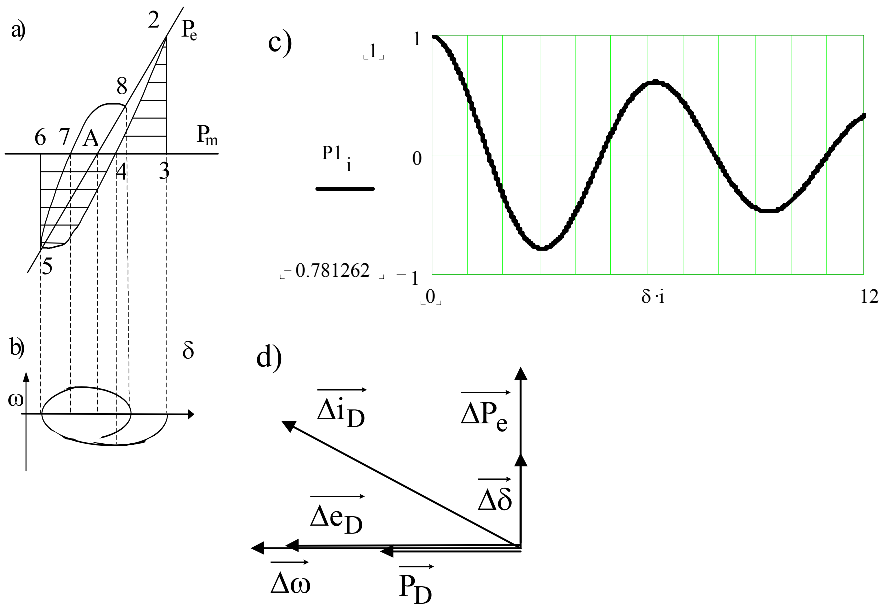
W przypadku 1) zwiększamy moc pobieraną przez silniki i moc oddawaną przez badany generator. Badany znak $\frac{dP}{d\delta}$. Jeżeli układ jest w równowadze powiększamy obciążenie aż do osiągnięcia granicy równowagi. Następnie wykonujemy tą metodę dla innego generatora. W ten sposób otrzymujemy kąty $\delta_{i,n}$ granicy równowagi statycznej. W przypadku drugim jedną maszynę odciążamy a druga dociążamy. Reszta postępowania bez zmian. W przypadku 3) dociążamy sieć sztywną o obciążony wybrany generator.

Zastosowanie kryterium $\frac{dP}{d\delta}$ w układzie wielomaszynowym daje najbardziej pesymistyczne wyniki, albowiem zakłada się, że tylko jeden generator pokrywa zwiększone obciążenie.

## 4.6. Kołysania wirnika generatora z uwzględnieniem tłumienia i regulacji wzbudzenia

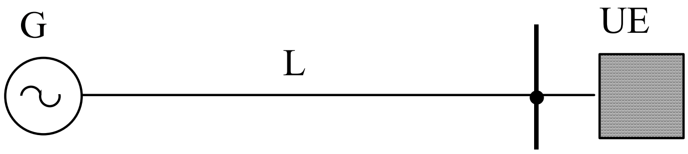
Rozważymy teraz wpływ tłumienia pochodzącego od uzwojeń tłumiących na przebiegi kołysań wirnika generatora. W tym celu przeanalizujemy przypadek pracy generatora w punkcie stabilnym A i pojawieniu się dodatkowego obciążenia mocą czynną. Dołączenie dodatkowej mocy powoduje, że generator znajduje się w punkcie 2 rys. 4.9a. Wirnik będzie hamowany, czyli zacznie maleć jego prędkość obrotowa wywołując zmniejszenie kąta $\delta$ i w konsekwencji zmniejszenie mocy przesyłanej z generatora do sieci sztywnej. Prędkość obrotowa jest rożna od synchronicznej a więc pojawia się poślizg $\Delta\omega$ i tym samym ostatni składnik w równaniu (4.18) staje się różny od zera. Moc elektryczna jest zmniejszana o składnik proporcjonalny do mocy tłumiącej $P_D$. Ruch wirnika nie odbywa się po charakterystyce $P(\delta)$, lecz poniżej. W wyniku pole hamowania jest określone punktami 2, 3, 4 a nie jak poprzednio 2, 3, A. W punkcie 4 mamy najmniejszą prędkość obrotową wirnika. W tej sytuacji wirnik również w ruchu przyspieszającym nie osiągnie takiego kąta jak uprzednio punktu 4 z rys. 4.3a lecz punkt 6 na rys. 4.9a a moc nie osiągnie wartości takiej jak w chwili początkowej, lecz mniejszą rys. 4.9c. Wychylenie do punktu 5 z rys 4.9a będzie takie aby zakreskowane pole górne 2, 3, 4 (energia kinetyczna hamująca) było równe zakreskowanemu polu dolnemu 4, 5, 6 (energia kinetyczna przyspieszająca).W punkcie 5 wirnik zaczyna mieć dodatni poślizg (rys. 4.9b) i dlatego moc tłumiąca zmienia znak i dodaje się do mocy elektrycznej. Krzywa zmian mocy w funkcji kąta leży powyżej charakterystyki mocy elektrycznej generowanej. Ruch przebiega do punktu 5 przez 7 do 8. W punkcie 7 znów mamy równość mocy, lecz nie energii kinetycznych i prędkości i dlatego drgania trwają dalej. Punktem końcowym tych drgań będzie punkt A. Na rys 4.9b naszkicowano początkowy przebieg prędkości obrotowej wirnika w funkcji kąta $\delta$. Jest to tzw. portret fazowy, czyli najlepszy widok zmiennych stanu. Rys. 4.9c obrazuje przebieg zmian mocy czynnej w funkcji czasu. Widać z niego oscylacyjne tłumiony charakter tych zmian.

Rys. 4.9d obrazuje nam zmienne uczestniczące w procesie zaprezentowane jako wektory. Tak jak na rys. 4.3d tak i tu zmiana prędkości obrotowej jako pochodna zmiany kąta wyprzedza go w fazie o $90^o$. Wektor reprezentujący zmiany mocy jest w fazie z wektorem kąta. Uzwojenie tłumiące generatora zachowuje się jak klatka silnika asynchronicznego, jeśli tylko pojawi się zmiana prędkości obrotowej wirnika. W uzwojeni tłumiącym indukuje się siła elektromotoryczna proporcjonalna do poślizgu i leżąca w fazie z nim. Znaczna re3zystancja uzwojenia tłumiącego powoduje, że prąd w uzwojeniu tłumiącym jest opóźniony w fazie względem siły elektromotorycznej. Moc tłumiąca jest równa iloczynowi siły elektromotorycznej i rzutowi prądu tłumienia na oś siły elektromotorycznej. Z tego rozważania widać, że rezystancja uzwojenia tłumiącego powinna być duża w porównaniu do jego reaktancji.




Rys. 4.9 Kołysania wirnika generatora z uwzględnieniem tłumienia

Rozważymy wpływ układu regulacji napięcia na przebieg procesu kołysań wirnika wywołanych zakłóceniem w poborze mocy czynnej. W tym celu wyprowadzimy zależność na napięcie na zaciskach generatora w funkcji kąta pomiędzy jego siła elektromotoryczną i napięciem sieci sztywnej (rys. 4.10).




Rys. 4.10 Schemat sieci do określenia napięcia

Prąd płynący w układzie z rys. 4.10 wynosi:

$$\underline{I}_G = \frac{E'_d\, e^{j\delta} - U_S}{j\left(X'_d + X\right)} \quad (4.53)$$

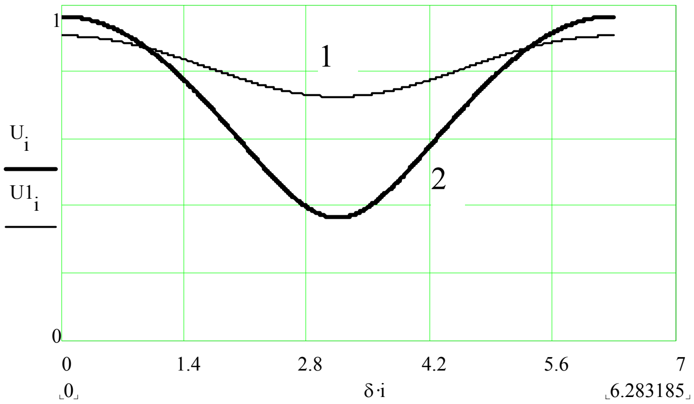
Stąd napięcie generatora:

$$\underline{U}_G = U_S + j\,X\,\underline{I}_G = U_S + \frac{X}{X'_d + X} E'_d\, e^{j\delta} - \frac{X}{X'_d + X} U_S =$$

$$= \frac{X}{X'_d + X}\left[\left(\frac{X'_d}{X} U_S + E'_d \cos\delta\right) + j\,E'_d \sin\delta\right] \quad (4.54)$$

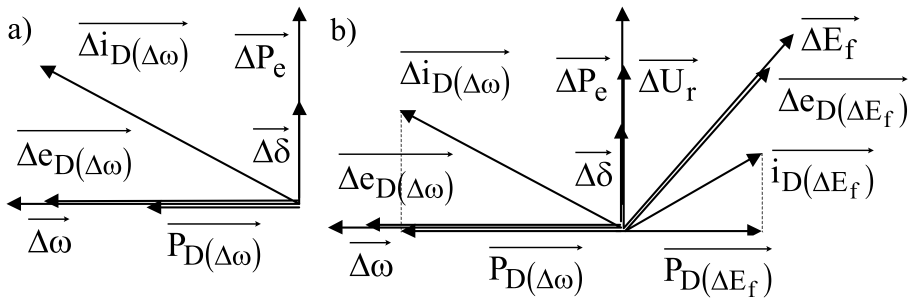
Moduł napięcie generatora:

$$U_G = \frac{X}{X'_d + X}\sqrt{\left(\frac{X'_d}{X} U_S\right)^2 + 2\cdot\frac{X'_d}{X}\cdot U_S\cdot E'_d\cdot\cos\delta + \left(E'_d\right)^2} \quad (4.55)$$




Rys. 4.11 Przebieg napięcia na zaciskach generatora w funkcji kąta δ, przy czym: 1 – dla małej wartości reaktancji sieci, 2 - dla dużej wartości reaktancji sieci

Przebieg napięcia na zaciskach generatora w funkcji kąta δ w zależności od stosunku reaktancji sieci do reaktancji generatora zgodnie z wzorem (4.55) pokazano na rys. 4.11. Z wykresu tego wynika, że podczas kołysań wirnika wywołanych zakłóceniem w poborze mocy czynnej powstają znaczne zmiany napięcia generatora. Zmiany te będą zauważone przez regulator napięcia generatora, który obserwując obniżenie napięcia generatorowego zareaguje i podniesie napięcie wzbudzenie a w konsekwencji napięcie na zaciskach generatora. Zwiększenie się napięcia generatorowego powyżej wartości zadanej regulatora spowoduje obniżenie napięcia wzbudzenia, czyli napięcie na zaciskach generatora.
Uzwojenie tłumiące leży w osi synchronicznej podłużnej maszyny. W tej samej osi leży uzwojenie wzbudzające generatora. W tej sytuacji zmiany prądu wzbudzenie są transformowane nie tylko do uzwojeń statora, ale także do uzwojenia tłumiącego. Na rys. 4.12a zaprezentowano wykres wskazowy działania układu tłumienia bez regulacji wzbudzenia – powtórzenie wykresu z rys. 4.9d. Wykres wskazowy na rys. 4.12b uzupełniono o wskazy powstające w wyniku działania układu regulacji wzbudzenia.




Rys. 4.12 Wykres wskazowy dla układu tłumienia:
- bez regulacji wzbudzeni,
- z regulacją wzbudzenia.

W automatycznym regulatorze napięcia (wzbudzenia) wielkość mierzona, czyli napięcie i wielkość zadana tworzą uchyb regulacji:

$$\Delta U_r = U_{zad} - U \qquad (4.56)$$

Z rys. 4.11 wynika, że pochodna napięcia po kącie δ jest ujemna w stabilnym obszarze pracy, czyli:

$$\Delta U_r = -\frac{\partial U}{\partial \delta} \partial \delta = K_r \, \partial \delta \quad (4.57)$$

Współczynnik regulacji $K_r$ jest więc pewną liczbą dodatnią a z powyższego wzoru wynika, że uchyb regulacji jest wielkością proporcjonalną do zmian kąta i na wykresie wskazowym jego wektor $\overrightarrow{\Delta U_r}$ będzie w fazie z wektorem $\overrightarrow{\Delta\delta}$. Automatyczny regulator napięcia wzmacnia uchyb regulacyjny wymuszając we wzbudnicy generatora zmianę napięcia wzbudzenia o wartość $\Delta E_f$. Automatyczny regulator napięcia i wzbudnica mają pewną bezwładność to na wykresie wskazowym wektor $\overrightarrow{\Delta E_f}$ będzie się opóźniał o pewien kąt w stosunku do wektora uchybu regulacyjnego $\overrightarrow{\Delta U_r}$. To opóźnienie wynika ze stałych czasowych regulatora i wzbudnicy. Zmiana napięcia wzbudzenia o wartość $\Delta E_f$ spowoduje powstanie w uzwojeniu tłumiącym siły elektromotorycznej $e_{D(\Delta E_f)}$. Wektor tej siły $\overrightarrow{e_{D(\Delta E_f)}}$ leży w fazie z wektorem wymuszającym. Pod wpływem siły elektromotorycznej $e_{D(\Delta E_f)}$ w uzwojeniu tłumiącym popłynie prąd $i_{D(\Delta E_f)}$, którego wskaz $\overrightarrow{i_{D(\Delta E_f)}}$ będzie opóźniony w stosunku do siły elektromotorycznej o pewien kąt wynikający ze stosunku rezystancji do reaktancji obwodu tłumiącego.

Jak wynika z tej analizy prąd płynący w uzwojeniu tłumiącym a wywołany zmianami napięcia wzbudzenia odejmuje się od prądu płynącego w uzwojeniu tłumiącym a wywołanym zmianami prędkości obrotowej wirnika. Oznacza to, że prąd płynący w uzwojeniu tłumiącym w wyniku działania regulatora napięcia osłabia prąd płynący w uzwojeniu tłumiącym a wywołanym zmianami prędkości obrotowej wirnika a w konsekwencji zmniejsza moc tłumiącą. Z wykresu na rys. 4.12b oraz tej analizy wynika, że znak wypadkowej mocy tłumiącej zależy od wzajemnej relacji tych dwóch prądów i tak:

- Gdy rzut na oś poślizgu prądu płynącego w uzwojeniu tłumiącym a wywołanego zmianami prędkości obrotowej wirnika $i_{D(\Delta\omega)}$ jest większy od rzutu na oś poślizgu prądu płynącego w uzwojeniu tłumiącym w wyniku działania regulatora napięcia $i_{D(\Delta E_f)}$ to moc tłumiąca ma znak dodatni, czyli ma charakter tłumiący.
- Gdy rzut na oś poślizgu prądu płynącego w uzwojeniu tłumiącym a wywołanego zmianami prędkości obrotowej wirnika jest mniejszy od rzutu na oś poślizgu prądu płynącego w uzwojeniu tłumiącym w wyniku działania regulatora napięcia to moc tłumiąca ma znak ujemny, czyli powiększa wahania wirnika a dalej prowadzi do utraty stabilności.

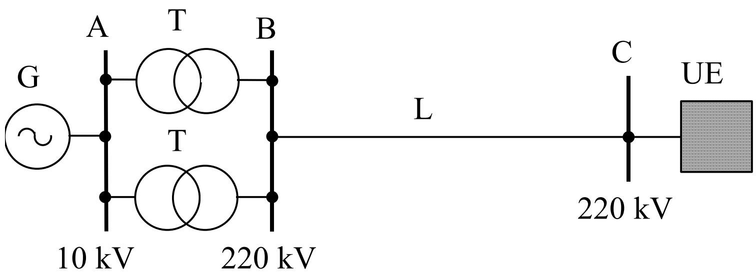
Zostaną teraz przeanalizowane czynniki prowadzące do pojawienia się ujemnej mocy tłumiącej. Do tych czynników zaliczymy:

1. Wielkością wyjściową tej analizy był uchyb regulacyjny regulatora napięcia. Duży uchyb regulacyjny to w efekcie duży prąd płynący w uzwojeniu tłumiącym w wyniku działania regulatora napięcia. Duży efekt regulacyjny może być spowodowany przez:
    - Z rys. 4.11 wynika jednoznacznie, że przez dużą reaktancję pomiędzy generatorem (elektrownią) a węzłem sieci sztywnej.
    - Duże obciążenie sieci.
    - Duże wzmocnienie regulatora napięcia bardzo korzystne dla regulacji napięcia (napięcie szybciej wraca do wartości zadanej), ale niekorzystne dla tłumienia.
    - Duże opóźnienie wprowadzane przez układ regulacji napięcia a więc niekorzystna jest wzbudnica elektromaszynowa w odróżnieniu od wzbudnicy tyrystorowej.

## 4.7. Zadania

### 4.7.1 Zadanie 1

Obliczyć moc graniczną równowagi statycznej układu jak na rys. 4.13.




Rys. 4.13 Schemat sieci

Dane:
G: $S_N$=150 MVA $X_d$=150 % $U_{NG}$=10,5 kV,
T: $S_N$=100 MVA $\Delta U_z$=12 % $\upsilon$=220/10,5,
L: $X_k$=0,4Ω/km l=150 km,
UE: $S_z=\infty$ $U_s$=215 kV.
Zadanie rozwiązać dla trzech przypadków.
1. Generator nie jest wyposażony w regulator wzbudzenia. Obciążony jest mocą $P_n$=150 MW; cos φ=1; $U_g$=10,5 kV.
2. Generator jest wyposażony w szybki regulator wzbudzenia utrzymujący $U_g$=10,5 kV.
3. Generator jest wyposażony w wolny regulator wzbudzenia utrzymujący $U_g$=10,5 kV.

<u>Rozwiązanie:</u>

1. Impedancje elementów na poziomie 10.5 kV

$$X_G = \frac{X_d}{100}\frac{U_N{}^2}{S_N} = \frac{150}{100}\frac{10.5^2}{150} = 1.10\,\Omega$$

$$X_T = \frac{\Delta U_z}{100}\frac{U_N{}^2}{2S_N} = \frac{12}{100}\frac{10.5^2}{2\cdot 100} = 0.0662\,\Omega$$

$$X_L = X_k\, l\, \vartheta_T{}^2 = 0.4\cdot 150\cdot\left(\frac{10.5}{220}\right)^2 = 0.137\,\Omega$$

$$X_\Sigma = X_G + X_T + X_L = 1.10 + 0.0662 + 0.137 = 1.31\,\Omega$$

2. Przypadek 1: generator nie jest wyposażony w regulator wzbudzenia

$$U_{S10.5} = U_S\frac{1}{\vartheta_T} = 215\frac{10.5}{220} = 10.3\,\text{kV}$$

$$\underline{E}_G = U_{G10.5} + j\frac{P_G X_G}{U_{G10.5}} = 10.5 + j\frac{150 \cdot 1.10}{10.5} =$$
$$= 10.5 + j15.8 = 18.9\,e^{j56.3^o}\ \mathrm{kV}$$

$$P_{gr} = \frac{E_G\ U_{S10.5}}{X_\Sigma} = \frac{18.9 \cdot 10.3}{1.31} = 149\ \mathrm{MW}$$

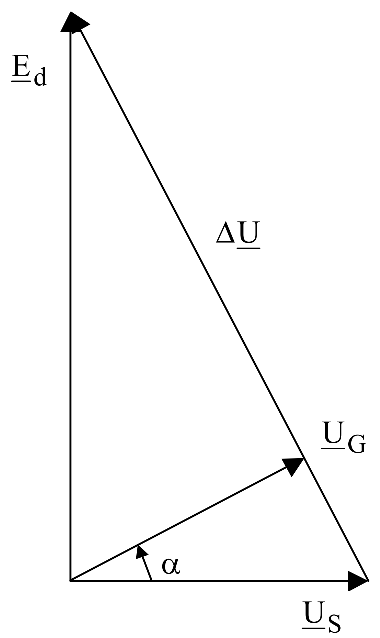
3. Przypadek 2: generator jest wyposażony w szybki regulator wzbudzenia

$$P_{gr} = \frac{U_G\ U_{S10.5}}{X_T + X_L} = \frac{10.5 \cdot 10.3}{0.0662 + 0.137} = 531\ \mathrm{MW}$$

4. Przypadek 3: generator jest wyposażony w wolny regulator wzbudzenia

W tym przypadku znamy napięcie sieci sztywnej oraz napięcie generatora a musimy wyznaczyć siłę elektromotoryczną generatora. Wiemy także, że napięcie sieci sztywnej i siła elektromotoryczna generatora tworzą kąt $90^o$ oraz że napięcie generatora jest prostopadłe do wektora strat napięcia równemu różnicy wektorowej siły elektromotorycznej generatora i napięcia sieci sztywnej. Sytuacja ta została pokazana na rys.4.14.
W celu wyznaczenia siły elektromotorycznej zastosujemy metodę iteracyjną. Założymy, że $\alpha = 20^o$. Wtedy:

$$\underline{U}_G = 10.5\,e^{j\,20^o}\ \mathrm{kV}$$




Rys. 4.14 Wykres wskazowy napięcia sieci sztywnej, napięcia i siły elektromotorycznej generatora wyposażonego w wolny regulator wzbudzenia

$$\Delta\underline{U}_{GS} = \underline{U}_G - \underline{U}_S = 10.5\left(\cos 20^o + j\sin 20^o\right) - 10.3 =$$
$$= \left(-0.433 + j3.59\right)\mathrm{kV}$$

Znając to napięcie można wyliczyć $\Delta \underline{U}$ :

$$\Delta \underline{U} = \Delta \underline{U}_{GS} \frac{X_G + X_T + X_L}{X_T + X_L} = (-0.433 + j3.59)\frac{1.31}{0.203} =$$
$$= (-2.79 + j23.1)\,\mathrm{kV}$$

Część rzeczywista $\Delta \underline{U}$ powinna być równa napięciu sieci sztywnej ze znakiem minus, wniosek przyjęto zbyt mały kąt. Założymy, że $\alpha = 30^{o}$. Wtedy:

$$\Delta \underline{U}_{GS} = \underline{U}_G - \underline{U}_S = 10.5\left(\cos 30^{o} + j\sin 30^{o}\right) - 10.3 =$$
$$= (-1.21 + j5.25)\,\mathrm{kV}$$

$$\Delta \underline{U} = \Delta \underline{U}_{GS} \frac{X_G + X_T + X_L}{X_T + X_L} = (-1.21 + j5.25)\frac{1.31}{0.203} =$$
$$= (-7.80 + j33.8)\,\mathrm{kV}$$

Założymy, że $\alpha = 35^{o}$. Wtedy:

$$\Delta \underline{U}_{GS} = \underline{U}_G - \underline{U}_S = 10.5\left(\cos 35^{o} + j\sin 35^{o}\right) - 10.3 =$$
$$= (-1.70 + j6.02)\,\mathrm{kV}$$

$$\Delta \underline{U} = \Delta \underline{U}_{GS} \frac{X_G + X_T + X_L}{X_T + X_L} = (-1.70 + j6.02)\frac{1.31}{0.203} =$$
$$= (-11.0 + j38.8)\,\mathrm{kV}$$

Założymy, że $\alpha = 34^{o}$. Wtedy:

$$\Delta \underline{U}_{GS} = \underline{U}_G - \underline{U}_S = 10.5\left(\cos 34^{o} + j\sin 34^{o}\right) - 10.3 =$$
$$= (-1.60 + j5.87)\,\mathrm{kV}$$

$$\Delta \underline{U} = \Delta \underline{U}_{GS} \frac{X_G + X_T + X_L}{X_T + X_L} = (-1.60 + j5.87)\frac{1.31}{0.203} =$$
$$= (-10.3 + j37.9)\,\mathrm{kV}$$

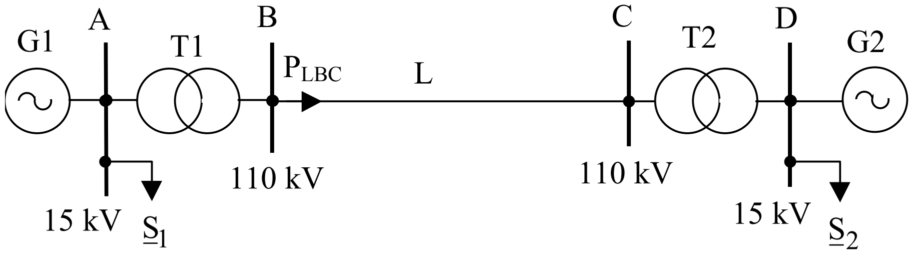
Siła elektromotoryczna generatora jest równa części urojonej napięcia $\Delta \underline{U}$ czyli:

$$E_d = 37.9\,\mathrm{kV}$$

$$P_{gr} = \frac{E_G\, U_{S10.5}}{X_\Sigma} = \frac{37.9 \cdot 10.3}{1.31} = 298\,\mathrm{MW}$$

4.7.2 Zadanie 2

Obliczyć moc graniczną równowagi statycznej układu jak na rys. 4.15.




Rys. 4.15 Schemat sieci

Dane:

| | | | |
|---|---|---|---|
| G1: | $S_N$=600 MVA | $X_d$=150 % | $U_{NG}$=15,75 kV, |
| G2: | $S_N$=600 MVA | $X_d$=150 % | $U_{NG}$=15,75 kV, |
| T1: | $S_N$=315 MVA | $\Delta U_z$=12 % | $\upsilon$=110/15, |
| T2: | $S_N$=315 MVA | $\Delta U_z$=12 % | $\upsilon$=110/15, |
| L: | $X_k$=0,4Ω/km | l=10 km, | |

$P_1$=200 MW, $\cos\varphi_1$=0.8 ind. $U_A$=15.75 kV,
$P_2$=200 MW, $\cos\varphi_2$=0.8 ind. $U_D$=15.75 kV,
$P_{LBC}$=100 MW.
Generator nie jest wyposażony w regulator wzbudzenia.

Rozwiązanie:

1. Impedancje elementów na poziomie 15 kV

$$X_{G1} = X_{G2} = \frac{X_d}{100}\frac{U_N^2}{S_N} = \frac{150}{100}\frac{15.75^2}{600} = 0.620\,\Omega$$

$$X_{T1} = X_{T2} = \frac{\Delta U_z}{100}\frac{U_N^2}{S_N} = \frac{12}{100}\frac{15.75^2}{315} = 0.0945\,\Omega$$

$$X_L = X_k\, l\, \vartheta_T^2 = 0.4\cdot 10\cdot\left(\frac{15}{110}\right)^2 = 0.0744\,\Omega$$

2. Obliczenia mocy w węzłach A i D

$$\underline{S}_1 = P_1 + j\frac{P_1}{\cos\varphi_1}\sin\varphi_1 = 200 + j\frac{200}{0.8}0.6 = (200 + j150)\,\text{MVA}$$

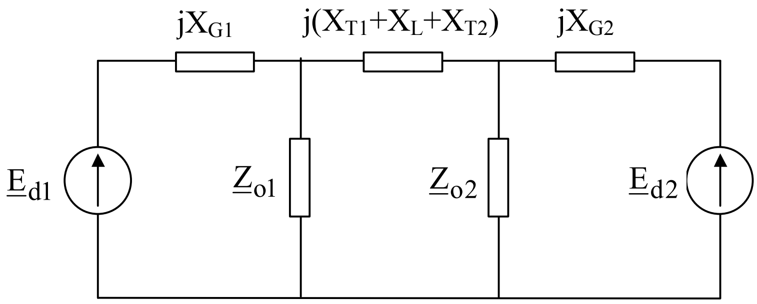
$$\underline{S}_2 = P_2 + j\frac{P_2}{\cos\varphi_2}\sin\varphi_2 = 200 + j\frac{200}{0.8}0.6 = (200 + j150)\,\text{MVA}$$

3. Zastąpienie odbiorów impedancjami

$$\underline{Z}_{o1} = \frac{U_A^2}{\underline{S}_1^*} = \frac{15.75^2}{200 - j150} = (0.7938 + j\,0.5953)\,\Omega$$

$$\underline{Z}_{o2} = \frac{U_D^2}{\underline{S}_2^*} = \frac{15.75^2}{200 - j150} = (0.7938 + j\,0.5953)\,\Omega$$

4. Schemat zastępczy




Rys. 4.16 Schemat zastępczy sieci

5. Obliczenia impedancji własnej generatora 1

$$\underline{Z}_a = \frac{jX_{G2}\,\underline{Z}_{o2}}{jX_{G2} + \underline{Z}_{o2}} = \frac{j0.620 \cdot (0.7938 + j\,0.5953)}{j0.620 + 0.7938 + j\,0.5953} =$$
$$= (0.1448 + j0.3983)\,\Omega$$

$$\underline{Z}_b = \underline{Z}_a + j(X_{T1} + X_L + X_{T2}) =$$
$$= 0.1448 + j0.3983 + j0.0945 \cdot 2 + j0.0744 =$$
$$= (0.1448 + j0.6617)\,\Omega$$

$$\underline{Z}_c = \frac{\underline{Z}_b\,\underline{Z}_{o1}}{\underline{Z}_b + \underline{Z}_{o1}} = \frac{(0.1448 + j0.6617)(0.7938 + j\,0.5953)}{0.1448 + j0.6617 + 0.7938 + j\,0.5953} =$$
$$= (0.2059 + j0.3757)\,\Omega$$

$$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_c + jX_{G1} = 0.2059 + j0.3757 + j0.620 =$$
$$= (0.2059 + j0.9957)\,\Omega = 1.0168\,e^{j\,78.3^o}\,\Omega$$

6. Obliczenia impedancji własnej generatora 2

Wobec pełnej symetrii schematu zastępczego warto zauważyć, że impedancja własna generatora 2 będzie równa impedancji własnej generatora 1, czyli:

$$\underline{Z}_{22} = 1.0168\,e^{j\,78.3^o}\,\Omega$$

7. Obliczenia impedancji wzajemnej generator 1 - generator 2

W celu obliczenia impedancji wzajemnej generator 1 - generator 2 musimy przekształcić dwie gwiazdy występujące w schemacie zastępczym na trójkąty. Zaczniemy od gwiazdy złożonej z impedancji: $jX_{G1}$, $\underline{Z}_{o1}$ oraz $j(X_{T1}+X_L+X_{T2})$.

$$\underline{Z}_{G1D} = jX_{G1} + j(X_{T1}+X_L+X_{T2}) + \frac{jX_{G1}\cdot j(X_{T1}+X_L+X_{T2})}{\underline{Z}_{o1}} =$$
$$= j0.620 + j0.2634 + \frac{j0.620\cdot j0.5906}{0.7938 + j0.5953} =$$
$$= (-0.1317 + j0.9822)\,\Omega$$

$$\underline{Z}_{D0} = \underline{Z}_{o1} + j(X_{T1}+X_L+X_{T2}) + \frac{\underline{Z}_{o1}\, j(X_{T1}+X_L+X_{T2})}{jX_{G1}} =$$
$$= 0.7938 + j0.5953 + j0.2634 + \frac{(0.7938 + j0.5953)\cdot j0.2634}{j0.620} =$$
$$= (1.1310 + j1.1117)\,\Omega$$

Teraz trzeba połączyć równolegle gałęzie: $\underline{Z}_{D0}$ oraz $\underline{Z}_{o2}$ w wyniku mamy:

$$\underline{Z}_{DD} = \frac{\underline{Z}_{D0}\cdot\underline{Z}_{o2}}{\underline{Z}_{D0}+\underline{Z}_{o2}} = \frac{(1.131 + j1.1117)\cdot(0.7938 + j0.5953)}{1.131 + j1.1117 + 0.7938 + j0.5953} =$$
$$= (0.4699 + j0.3916)\,\Omega$$

Następnie przekształcamy gwiazdę impedancji: $\underline{Z}_{DD}$, $\underline{Z}_{G1D}$ oraz $jX_{G2}$ na trójkąt w wyniku mamy impedancję $\underline{Z}_{12}$.

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{G1D} + jX_{G2} + \frac{\underline{Z}_{G1D}\cdot jX_{G2}}{\underline{Z}_{DD}} =$$
$$= -0.1317 + j0.9822 + j0.62 + \frac{(-0.1317 + j0.9822)\cdot j0.62}{0.4699 + j0.3916} =$$
$$= (-0.9819 + j2.1370) = 2.3518\, e^{j\,114.7^{o}}\,\Omega$$

8. Obliczenie mocy płynących z generatorów

Wiemy, że:
- linią płynie moc czynna lecz nie wiemy jaka jest w tym miejscu moc bierna,
- moc czynna płynąca linią jest równa mocy czynnej płynącej przez T1 od strony szyn A,
- znamy napięcia na szynach A i D.

W tej sytuacji zależność moc czynną płynącą przez T1 od strony szyn A jest postaci:

$$P_{T1A} = \frac{U_{G1}U_{G2}}{X_{T1}+X_L+X_{T2}}\sin\vartheta$$

$$\sin\vartheta = \frac{P_{T1A}\left(X_{T1} + X_L + X_{T2}\right)}{U_{G1}U_{G2}} = \frac{100 \cdot 0.2634}{15.75 \cdot 15.75} = 0.1062$$

$$Q_{T1A} = \frac{U_{G1}^2}{X_{T1LT2}} - \frac{U_{G1}U_{G2}}{X_{T1LT2}}\cos\vartheta =$$

$$= \frac{15.75^2}{0.2634} - \frac{15.75^2}{0.2634}\sqrt{1 - 0.1062^2} = 5.3 \text{ M var}$$

Ponieważ obwód jest reaktancyjny a napięcia na początku i końcu (szyny A i D) są jednakowe to moc bierna wpływająca przez T2 do szyn D będzie taka sama jak wyżej, lecz przeciwnego znaku. Następnie możemy wyliczyć moce płyną z generatorów w oparciu o I-sze prawo Kirchoffa zapisane dla mocy.

$$\underline{S}_{G1} = \underline{S}_{o1} + \underline{S}_{T1A} = 200 + j150 + 100 + j5.3 =$$
$$= (300 + j155.3)\,\text{MVA}$$

$$\underline{S}_{G2} = \underline{S}_{o2} - \underline{S}_{T2D} = 200 + j150 - (100 - j5.3) =$$
$$= (100 + j155.3)\,\text{MVA}$$

9. Obliczenia modułów sił elektromotorycznych generatorów

$$\underline{E}_{d1} = U_{G1} + \frac{Q_{G1}X_{G1}}{U_{G1}} + j\frac{P_{G1}X_{G1}}{U_{G1}} =$$
$$= 15.75 + \frac{155.3 \cdot 0.62}{15.75} + j\frac{300 \cdot 0.62}{15.75} = (21.9 + j11.8) = 24.8\,e^{j28.3^o}\text{ kV}$$
$$\underline{E}_{d2} = U_{G2} + \frac{Q_{G2}X_{G2}}{U_{G2}} + j\frac{P_{G2}X_{G2}}{U_{G2}} =$$
$$= 15.75 + \frac{155.3 \cdot 0.62}{15.75} + j\frac{100 \cdot 0.62}{15.75} = (21.9 + j3.9) = 22.2e^{j10.2^o}\text{ kV}$$

10. Wyznaczenie mocy granicznej równowagi statycznej układu

Wielkości do obliczeń:

$Z_{11}$=1.0168 Ω $\alpha_{11}$=11.7°
$Z_{22}$=1.0168 Ω $\alpha_{11}$=11.7°
$Z_{12}$=2.3518 Ω $\alpha_{12}$=-24.7°
$E_{d1}$=24.8 kV $E_{d2}$=21.8 kV

$$\alpha_{12} = 90 - \theta_{12} = 90 - 114.7 = -24.7^o$$

$$\delta_{gr} = 90 + \alpha_{12} = 90 - 24.7 = 65.3^o$$

$$P_{gr1} = \frac{E_{d1}^2}{Z_{11}}\sin\alpha_{11} + \frac{E_{d1}E_{d2}}{Z_{12}} =$$

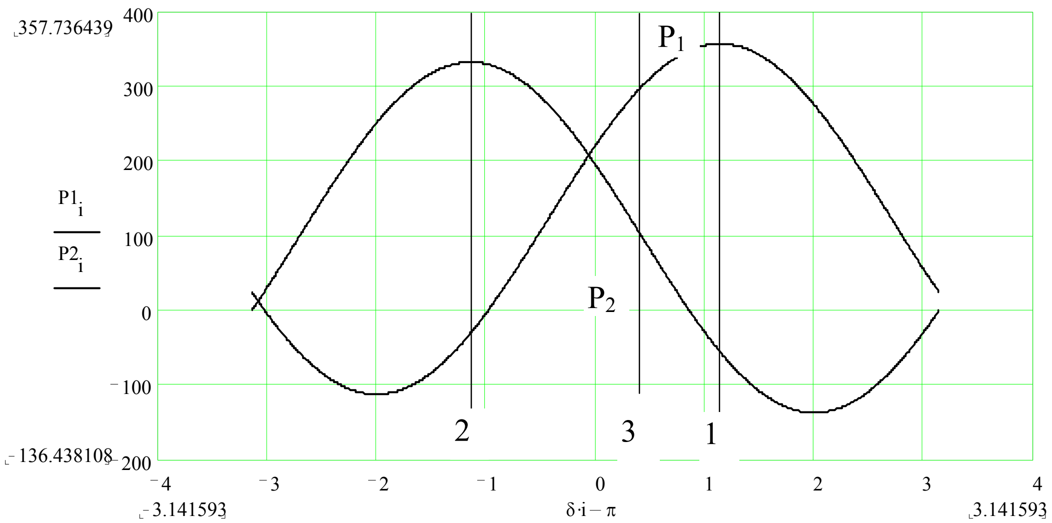
$$= \frac{24.8^2}{1.0168}\sin 11.7 + \frac{24.8 \cdot 22.2}{2.3518} = 358\ \mathrm{MW}$$

$$P_{gr1} = \frac{E_{d1}^2}{Z_{11}}\sin\alpha_{11} + \frac{E_{d1}E_{d2}}{Z_{12}} =$$

$$= \frac{22.2^2}{1.0168}\sin 11.7 - \frac{22.2 \cdot 24.8}{2.3518} = -136\ \mathrm{MW}$$

11. Przebiegi mocy w funkcji kąta rozchylenia wektorów sił elektromotorycznych

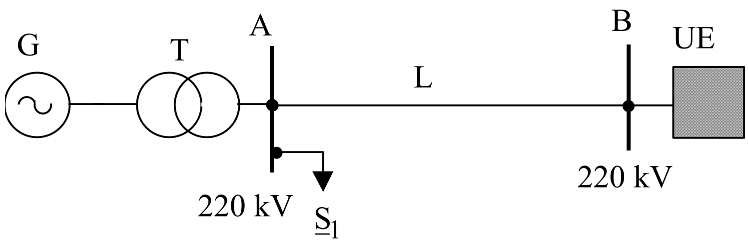
Na rys. 4.17 zaznaczono graniczny obszar pracy stabilnej generatorów wynoszący od -65.3$^o$ do 65.3$^o$ (linie 1 i 2). Zaznaczono także punkt pracy generatorów – linia 3. Dla tego kąta generatory wytwarzają 300 i 100 MW.




Rys. 4.17 Przebiegi mocy w funkcji kąta rozchylenia wektorów sił elektromotorycznych

### 4.7.3 Zadanie 3

Obliczyć czy dla układu jak na rys. 4.18 można przesłać nadwyżkę mocy z generatora do systemu. Dla tej sytuacji obliczyć maksymalną długość linii, aby zachować stabilną pracę.




Rys. 4.18 Schemat sieci

Dane:

| | | | |
|---|---|---|---|
| G1: | $S_N$=250 MVA | $X_d$=220 % | $U_{NG}$=15,75 kV |
| | $\cos\varphi_N$=0.8 ind., | | |
| T1: | $S_N$=250 MVA | $\Delta U_z$=11 % | $\upsilon$=231/15, |
| L: | $X_k$=0,4Ω/km | l=50 km, | |
| Odbiór: | $P_1$=100 MW, | $\cos\varphi_1$=0.8 ind. | $U_A$=231 kV, |
| UE: | $U_B$=231 kV. | | |

Generator jest wyposażony w wolny regulator wzbudzenia utrzymujący stałe napięcie na szynach A wynoszące 231 kV.

Rozwiązanie:

1. Impedancje elementów na poziomie 220 kV

$$X_G = \frac{X_d}{100}\frac{U_N{}^2}{S_N}(\vartheta_T)^2 = \frac{220}{100}\frac{15.75^2}{250}\left(\frac{231}{15}\right)^2 = 517.7\ \Omega$$

$$X_T = \frac{\Delta U_z}{100}\frac{U_N{}^2}{S_N} = \frac{11}{100}\frac{231^2}{250} = 23.48\ \Omega$$

$$X_L = X_k\, l = 0.4\cdot 50 = 20\ \Omega$$

2. Obliczenia mocy odbioru 1

$$\underline{S}_1 = P_1 + j\frac{P_1}{\cos\varphi_1}\sin\varphi_1 = 100 + j\frac{100}{0.8}0.6 = (100 + j\,75.0)\,\text{MVA}$$

3. Zastąpienie odbiorów impedancjami

$$\underline{Z}_{o1} = \frac{U_A^2}{\underline{S}_1^*} = \frac{231^2}{100 - j\,75} = (341.5 + j\,256.1)\,\Omega$$

4. Obliczenia siły elektromotorycznej generatora

Impedancja bloku generator-transformator wynosi:

$$X_{GT} = X_G + X_T = 517.7 + 23.48 = 541.2\,\Omega$$

Znając obciążenie generatora, które jest równe mocy $\underline{S}_1$ można obliczyć jego siłę elektromotoryczną:

$$\underline{E}_d = U_A + \frac{Q_G X_{GT}}{U_A} + j\frac{P_G X_{GT}}{U_A} =$$

$$= 231 + \frac{75\cdot 541.2}{231} + j\frac{100\cdot 541.2}{231} = (406.7 + j234.3) = 469.3\,e^{j29.9^o}\ \text{kV}$$

5. Obliczenie impedancji wzajemnej generator 1 – sieć sztywna

W celu obliczenia impedancji wzajemnej generator 1 – sieć sztywna musimy przekształcić gwiazdę złożoną z impedancji: $jX_{GT}$, $\underline{Z}_{o1}$ oraz $jX_L$ występującą w schemacie zastępczym na trójkąt.

$$\underline{Z}_{12} = jX_{GT} + jX_L + \frac{jX_{G1} \cdot jX_L}{\underline{Z}_{o1}} = = j541.2 + j20 + \frac{j541.2 \cdot j20}{341.5 + j256.1} =$$

$$= (-20.28 + j576.4)\,\Omega = 576.8\,e^{j\,92.0^o}\ \Omega$$

6. Obliczenie czy dla układu jak na rys. 4.18 można przesłać nadwyżkę mocy z generatora do systemu

Ponieważ:

$$\alpha_{12} = 90 - \theta_{12} = 90 - 92 = -2.0^o$$

$$\delta_{gr} = 90 + \alpha_{12} = 90 - 2.0 = 88.0^o$$

Kąt pomiędzy siłą elektromotoryczną generatora a napięciem sieci sztywnej równy jest kątowi pomiędzy siłą elektromotoryczną generatora a napięciem na szynach A ponieważ linią nie płynie żadna moc i wynosi:

$$\delta_{E_dU_S} = 29.9^o$$

W sytuacji, gdy kąt pomiędzy siłą elektromotoryczną generatora a napięciem sieci sztywnej jest mniejszy od kąta granicznego przesyłu:

$$\delta_{E_dU_S} = 29.9^o < \delta_{gr} = 88.0^o$$

to znaczy, że linią można przesłać nadwyżkę mocy z generatora do systemu.

7. Obliczenie maksymalnej długości linii, aby zachować stabilną pracę zaczniemy od założenia, że linią płynie cała nadwyżka mocy z generatora tzn.:

$$P_L = S_{NG} \cdot \cos\varphi_N - P_1 = 250 \cdot 0.8 - 100 = 100\ \text{MW}$$

8. Obliczenie, jaka moc bierna popłynie wtedy linią

$$P_L = \frac{U_A U_S}{X_L} \sin\vartheta$$

$$\sin\vartheta = \frac{P_L X_L}{U_A U_S} = \frac{100 \cdot 20}{231 \cdot 231} = 0.0375$$

$$\vartheta = \arcsin\vartheta = 2.15^o$$

$$Q_L = \frac{U_A^2}{X_L} - \frac{U_A U_S}{X_L}\cos\vartheta =$$
$$= \frac{231^2}{20} - \frac{231^2}{20}\sqrt{1-0.0375^2} = 1.87\ \mathrm{M\,var}$$

9. Obliczenie mocy generatora

$$\underline{S}_{G1} = \underline{S}_{o1} + \underline{S}_L = 100 + j75 + 100 + j1.87 = (200 + j76.9)\,\mathrm{MV\cdot A}$$

10. Obliczenie siły elektromotorycznej generatora

$$\underline{E}_d = U_A + \frac{Q_{G1}X_{GT}}{U_A} + j\frac{P_{G1}X_{GT}}{U_A} =$$
$$= 231 + \frac{76.9\cdot 541.2}{231} + j\frac{200\cdot 541.2}{231} = (411.1 + j468.6) = 623.3\,e^{j48.7^o}\ \mathrm{kV}$$

11. Obliczenie czy układ z na rys. 4.18 po przesłaniu nadwyżki mocy z generatora do systemu jest jeszcze stabilny

W sytuacji, gdy kąt pomiędzy siłą elektromotoryczną generatora a napięciem sieci sztywnej jest mniejszy od kąta granicznego przesyłu:

$$\delta_{E_dU_S} = \delta_{E_dU_A} + \vartheta = 48.7^o + 2.15^o = 50.85^o < \delta_{gr} = 88.0^o$$

to znaczy, że układ jest stabilny i można zwiększyć długość linii.

12. Zakładamy, że linia posiada długość 250 km, czyli jej reaktancja wynosi

$$X_L = X_k\, l = 0.4\cdot 250 = 100\ \Omega$$

13. Obliczenie impedancji wzajemnej generator 1 – sieć sztywna

$$\underline{Z}_{12} = jX_{GT} + jX_L + \frac{jX_{G1}\cdot jX_L}{\underline{Z}_{o1}} = = j541.2 + j100 + \frac{j541.2\cdot j100}{341.5 + j256.1} =$$
$$= (-101.4 + j717.2)\Omega = 724.4\,e^{j\,98.0^o}\ \Omega$$

14. Obliczenie mocy biernej, jaka popłynie linią

$$\sin\vartheta = \frac{P_L X_L}{U_A U_S} = \frac{100\cdot 100}{231\cdot 231} = 0.1874$$

$$\vartheta = \arcsin\vartheta = 10.8^o$$

$$Q_L = \frac{U_A^2}{X_L} - \frac{U_A U_S}{X_L}\cos\vartheta =$$

$$= \frac{231^2}{100} - \frac{231^2}{100}\sqrt{1-0.1874^2} = 9.45\ \mathrm{M\,var}$$

15. Obliczenie mocy generatora

$$\underline{S}_{G1} = \underline{S}_{o1} + \underline{S}_L = 100 + j75 + 100 + j9.45 = (200 + j84.5)\ \mathrm{MV\cdot A}$$

16. Obliczenie siły elektromotorycznej generatora

$$\underline{E}_d = U_A + \frac{Q_{G1}X_{GT}}{U_A} + j\frac{P_{G1}X_{GT}}{U_A} =$$

$$= 231 + \frac{84.5\cdot 541.2}{231} + j\frac{200\cdot 541.2}{231} = (428.9 + j468.6) =$$

$$= 635.2\,e^{j47.5^{o}}\ \mathrm{kV}$$

17. Obliczenie czy układ z na rys. 4.18 po przesłaniu nadwyżki mocy z generatora do systemu i zwiększeniu długości linii jest jeszcze stabilny

$$\delta_{gr} = 90 + \alpha_{12} = 90 + 90 - \theta_{12} = 180 - \theta_{12} = 180 - 98.0 = 82.0^{o}$$

$$\delta_{E_dU_S} = \delta_{E_dU_A} + \vartheta = 47.5^{o} + 10.8^{o} = 58.3^{o} < \delta_{gr} = 82.0^{o}$$

Układ jest stabilny i można zwiększyć długość linii.

18. Zakładamy, że linia posiada długość 600 km czyli jej reaktancja wynosi

$$X_L = X_k\, l = 0.4\cdot 600 = 240\ \Omega$$

19. Obliczenie impedancji wzajemnej generator 1 – sieć sztywna

$$\underline{Z}_{12} = jX_{GT} + jX_L + \frac{jX_{G1}\cdot jX_L}{\underline{Z}_{o1}} = = j541.2 + j240 + \frac{j541.2\cdot j240}{341.5 + j256.1} =$$

$$= (-243.4 + j963.7)\,\Omega = 994.0\,e^{j\,104.2^{o}}\ \Omega$$

20. Obliczenie mocy biernej, jaka popłynie linią

$$\sin\vartheta = \frac{P_L X_L}{U_A U_S} = \frac{100\cdot 240}{231\cdot 231} = 0.4498$$

$$\vartheta = \arcsin\vartheta = 26.7^{o}$$

$$Q_L = \frac{U_A^2}{X_L} - \frac{U_A U_S}{X_L}\cos\vartheta =$$

$$= \frac{231^2}{240} - \frac{231^2}{240}\sqrt{1-0.4498^2} = 23.8 \text{ M var}$$

21. Obliczenie mocy generatora

$$\underline{S}_{G1} = \underline{S}_{o1} + \underline{S}_L = 100 + j75 + 100 + j23.8 = (200 + j98.8) \text{ MVA}$$

22. Obliczenie siły elektromotorycznej generatora

$$\underline{E}_d = U_A + \frac{Q_{G1}X_{GT}}{U_A} + j\frac{P_{G1}X_{GT}}{U_A} =$$
$$= 231 + \frac{98.8 \cdot 541.2}{231} + j\frac{200 \cdot 541.2}{231} = (462.4 + j468.6) =$$
$$= 658.3\, e^{j45.4^o} \text{ kV}$$

23. Obliczenie czy układ z na rys. 4.18 po przesłaniu nadwyżki mocy z generatora do systemu i zwiększeniu długości linii jest jeszcze stabilny

$$\delta_{gr} = 180 - \theta_{12} = 180 - 104.2 = 75.8^o$$

$$\delta_{E_dU_S} = \delta_{E_dU_A} + \vartheta = 45.4^o + 23.8^o = 72.1^o < \delta_{gr} = 75.8^o$$

Układ jest stabilny i można zwiększyć długość linii, lecz różnica pomiędzy kątem granicznym a kątem siły elektromotorycznej jest już niewielka. Wskazuje to, że zwiększenie to może być bardzo małe. Dodatkowo musimy pamiętać, że dla linii o długości 600 km zastosowaliśmy wzory takie jak dla linii krótkiej, gdy tymczasem jest to już linia długa.