

NAPĘD ELEKTRYCZNY
(studia zaoczne)

semestr	W	Ć	S	L	P
VI EZ PiUEE	21 ^E	2	-	-	-
VI EZ EE	21 ^E	-	-	-	-

Treść wykładów (21 godz.):

1. Podstawowe cechy napędu elektrycznego oraz struktura układów napędowych. Definicje i klasyfikacje układów napędowych. Charakterystyki mechaniczne maszyn roboczych i silników. 2h
2. Podstawy dynamiki układów napędowych (podstawowe równanie ruchu, kryterium stabilności statycznej układów napędowych, moment bezwładności mas wirujących, zastępczy moment bezwładności oraz zastępczy moment obrotowy układu napędowego). 3h
3. Sposoby rozruchu oraz regulacja prędkości układów napędowych z silnikami obcowzbudnymi prądu stałego. Hamowanie dynamiczne, przeciwwłóceniem oraz odzyskowe układów napędowych z silnikami prądu stałego. 4h
4. Stany przejściowe w układach napędowych z obcowzbudnym silnikiem prądu stałego przy uwzględnieniu jak i pominięciu elektromagnetycznej stałej czasowej obwodu twornika silnika. Przekształtnikowy oraz elektromaszynowy układ Leonarda. 4h
5. Sposoby rozruchu oraz regulacja prędkości układów napędowych z silnikami asynchronicznymi klatkowymi oraz asynchronicznymi pierścieniowymi. Hamowanie dynamiczne, przeciwwłóceniem oraz odzyskowe układów napędowych z silnikami prądu przemiennego. 5h
6. Obciążalność oraz metody doboru mocy silników do pracy przy obciążeniu ciągłym oraz zmiennym. Przykłady wybranych przemysłowych układów napędowych. 3h

Literatura wspomagająca:

1. Drozdowski P.: *Wprowadzenie do napędów elektrycznych*. Kraków PK 1998.
2. Bisztyga K.: *Sterowanie i regulacja silników elektrycznych*. Warszawa WNT 1989.
3. Gogolewski Z., Kuczewski Z.: *Napęd elektryczny*. Warszawa WNT 1972.
4. Grunwald Z.: *Napęd elektryczny*. Warszawa, WNT 1987.
5. Kuczewski Z.: *Zbiór zadań z napędu elektrycznego*. Warszawa WNT 1986.
6. Sosnowski M., Romaniuk S.: *Zbiór zadań z napędu elektrycznego*. Białystok PB 1980.

Wykładowca:

Dr inż. Jarosław WERDONI

WE – 132

Kierownik KE i NE

Prof. dr hab. inż. Tadeusz CITKO

Cechy silników elektrycznych z punktu widzenia zastosowania ich w układach napędowych:

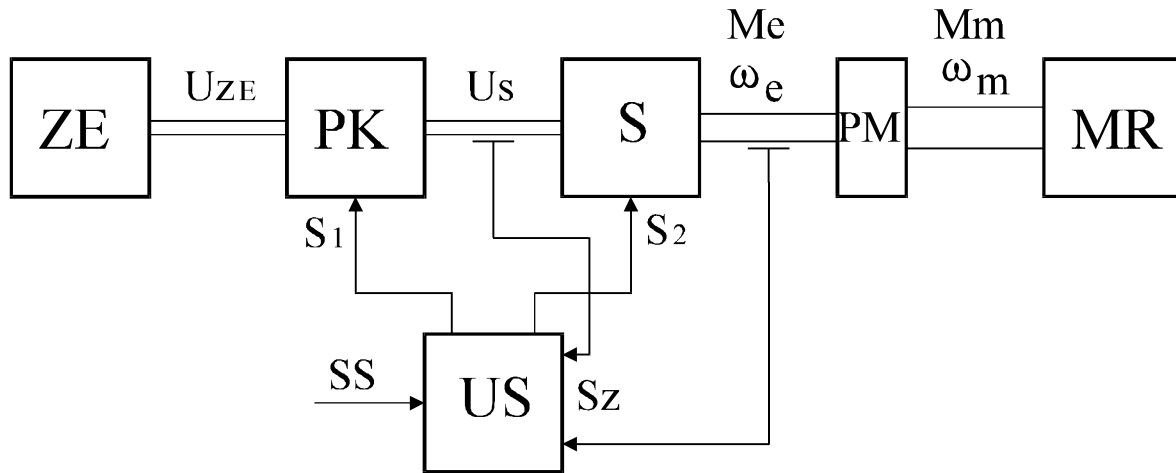
zalety:

- szeroki zakres mocy produkowanych silników (od pojedynczych watów w przypadku silników do napędu modeli do stu megawatów w przypadku silników elektrowni szczytowo-pompowych),
- powszechna dostępność energii elektrycznej i łatwość dostarczenia jej w dowolny punkt,
- ochrona środowiska,
- możliwość pracy w różnych warunkach otoczenia (np. w warunkach zagrożenia wybuchem, pożarowego - niska temp. jego elementów),
- łatwa możliwość kontroli i programowania pracy,
- łatwa regulacja prędkości (w szerokim zakresie i z dużą dokładnością),
- mogą pracować we wszystkich czterech kwadrantach układu współrzędnych (praca silnikowa, hamulcowa oraz prądnicowa),
- wysoka sprawność, niska cena i prosta obsługa w czasie eksploatacji.

Do wad możemy zaliczyć:

- konieczność przyłączenia do nieruchomego zazwyczaj źródła energii elektrycznej (akumulatory są ciężkie i mają małą pojemność - wózki o małym zasięgu, przewody ślizgowe - trakcja kolejowa, tramwajowa i trolejbusy, baterie słoneczne),
- ciężar jednostkowy i szybkość działania mniejsza niż w przypadku siłowników pneumatycznych i hydraulicznych.

Ogólna struktura układu napędowego.



ZE - źródło energii (elektrycznej)

PK - przekształtnik energii

S - silnik elektryczny

PM - przekładnia mechaniczna

MR - maszyna robocza

US - układ sterujący

U_{ZE} - napięcie źródła energii

U_s - napięcie na zaciskach silnika

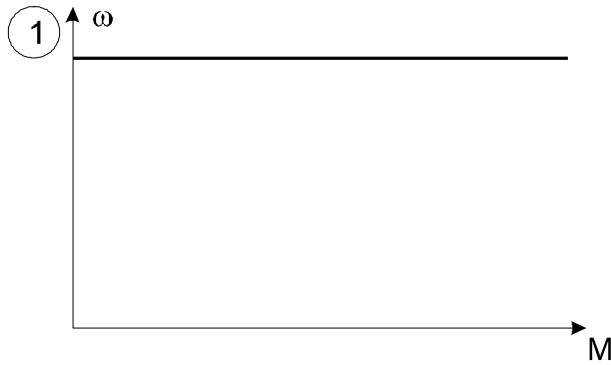
SS, S_1, S_2 - sygnały sterujące

S_z - sygnały sprzężeń zwrotnych

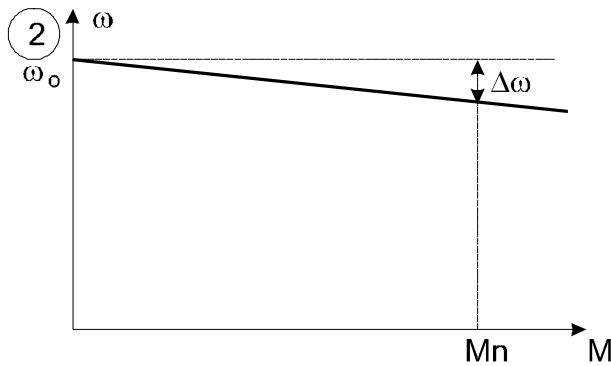
Charakterystyki mechaniczne silników elektrycznych

Z punktu widzenia napędu elektrycznego silniki klasyfikuje się pod względem sztywności charakterystyki mechanicznej.

$\omega=f(M)$ lub $M=f(\omega)$ ewentualnie $M=f(n)$



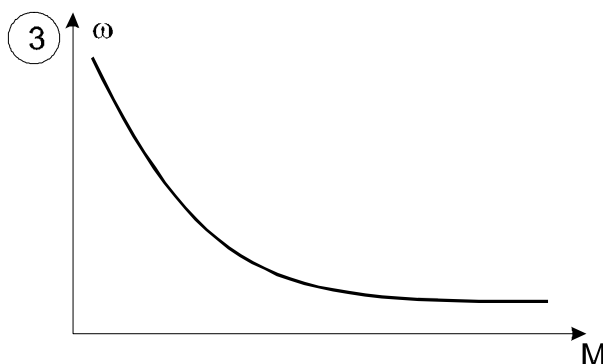
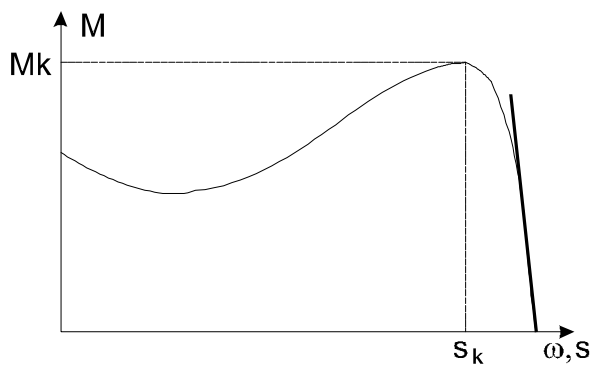
Charakterystyka idealnie sztywna
 - silniki synchroniczne
 - silniki asynchroniczne synchronizowane



Charakterystyka sztywna

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} * 100\% \leq 10\%$$

- silniki bocznikowe i obcowzbudne prądu stałego
- silniki asynchroniczne (część charakterystyki)



Charakterystyka mięka

- silniki szeregowo prądu stałego i przemiennego

Przekładnia mechaniczna PM

Możliwe są następujące połączenia mechaniczne silnika z maszyną roboczą:

- połączenie mechaniczne bez przekładni
 - na sztywno
 - poprzez sprzęgło rozłączne
- połączenie z przekładnią
 - zębate
 - pasowe
 - łańcuchowe

Przekładnie mogą być bezstopniowe lub stopniowe.

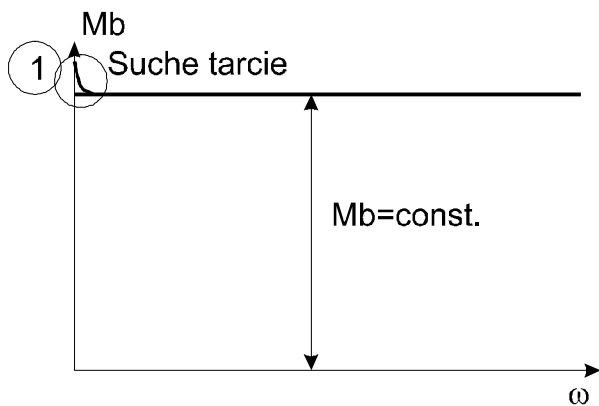
Połączenie silnika z mechanizmem może być:

- sztywne
- poprzez element sprężysty
- z luzem

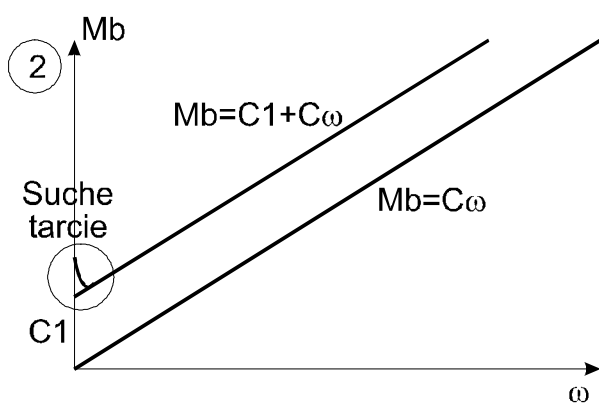
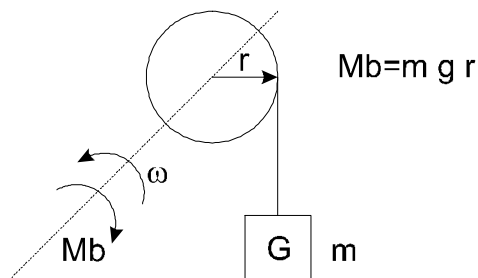
Typowe charakterystyki mechaniczne maszyn roboczych MR

Moment w napędzie elektrycznym zwykle jest oznaczany dużą literą M. W celu odróżnienia momentu oporowego maszyny roboczej od momentu napędowego silnika, do dużej litery M dodajemy indeks:

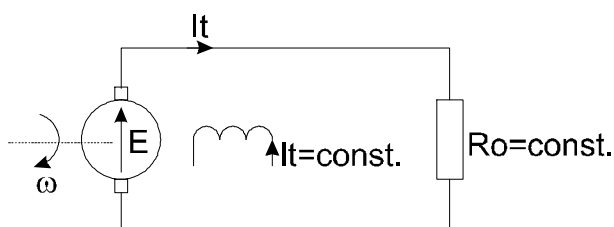
Mb, Mm, Mop, Mr



Charakterystyka mechaniczna stała, tzw. **moment „dźwigowy”**. Nie zależy od prędkości.



Charakterystyka mechaniczna liniowo zależna od prędkości, tzw. **moment „prądnicowy”**. Tego typu moment reprezentuje prądnica prądu stałego pracująca, przy $k\Phi = \text{const.}$, na stałą rezystancję obciążenia R_o .



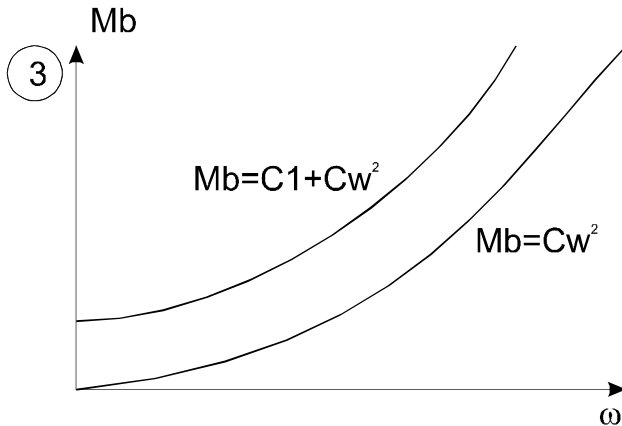
$$E = k\Phi \cdot \omega$$

$$M = k\Phi \cdot I_t$$

$$I_t = \frac{E}{\Sigma R} = \frac{E}{R_{tc} + R_o}$$

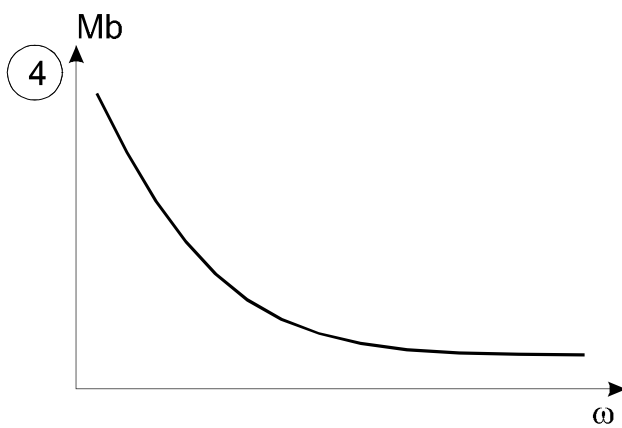
$$M = k\Phi \frac{k\Phi \cdot \omega}{R_{tc} + R_o}$$

$$M = C \cdot \omega$$



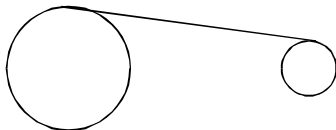
Charakterystyka mechaniczna zależna od prędkości w kwadracie, tzw. **moment „wentylatorowy”**.

Urządzenia do ciągłego transportu cieczy lub gazów.



Charakterystyka mechaniczna dla której moment zależy hiperbolicznie od prędkości.

Różnego typu urządzenia do przewijania.

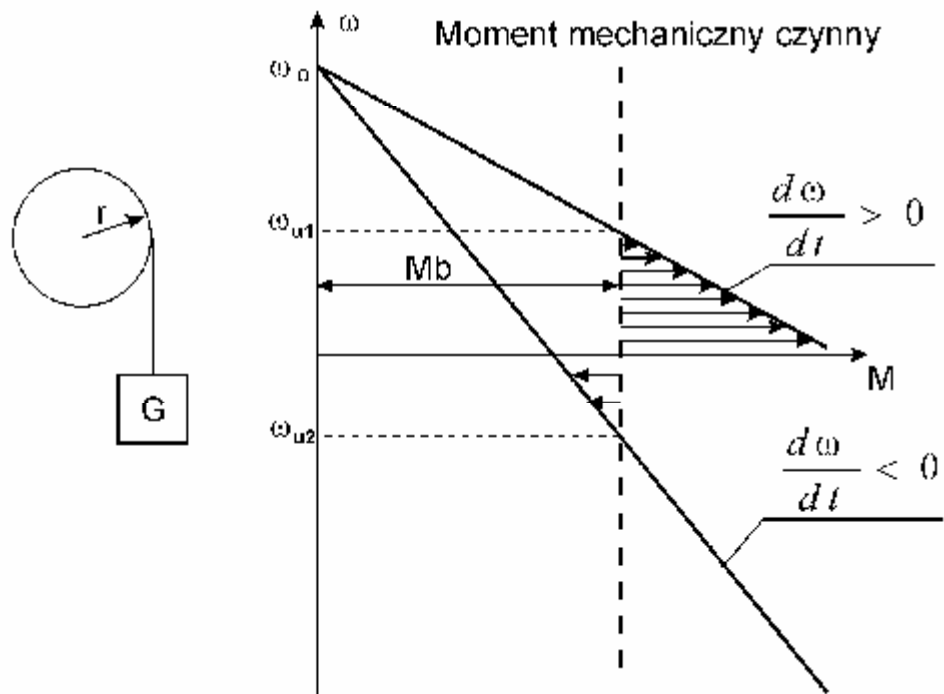
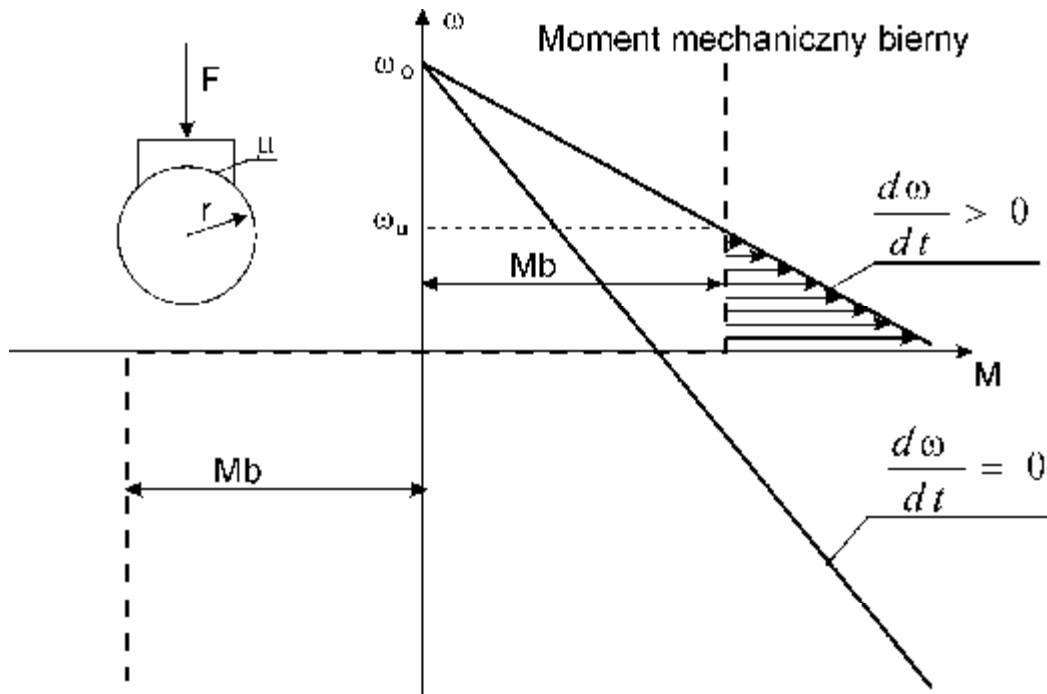


Z punktu widzenia analizy układów napędowych istotny jest podział oporowych momentów mechanicznych na:

- bierne
- czynne.

Do grupy momentów biernych zaliczamy te, które pojawiają się zawsze przy prędkościach różnych od zera i są zawsze momentami oporowymi nie mogącymi nadać układowi przyspieszenia od zerowej prędkości.

Momenty czynne występują w mechanizmach z magazynami energii potencjalnej, takich jak ciężar na pochyłości lub ciężar zawieszony na linie. Momenty te mogą nadać układowi przyspieszenie jeśli $M_b > M_e$.



r – promień bębna linowego lub tarczy hamulca;

F – siła docisku szczęk hamulca;

μ - współczynnik tarcia;

G – ciężar zawieszony na linie;

Moment bierny: $M_b = (F \mu r) \text{sign}(\omega)$ [Nm]

Moment czynny: $M_b = G r$ [Nm]

Obliczanie momentu bezwładności brył obrotowych

Moment bezwładności J ciała wirującego wokół osi możemy obliczyć według zależności znanej z fizyki:

$$J = \sum_{i=1}^k m_i r_i^2 \quad \left[\text{kg} \cdot \text{m}^2 \right]$$

Obliczanie J jako sumy iloczynów elementarnych cząsteczek ciała i kwadratów odległości tych cząstek od osi obrotu jest uciążliwe.

Z tego powodu J bryły obrotowej (a z takimi zwykle mamy do czynienia w układach napędowych) obliczamy z zależności:

$$J = m \cdot R_b^2 \quad \left[\text{kg} \cdot \text{m}^2 \right]$$

gdzie:

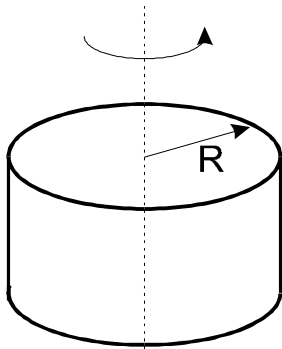
m – całkowita masa bryły [kg]

R_b – promień bezwładności masy [m]

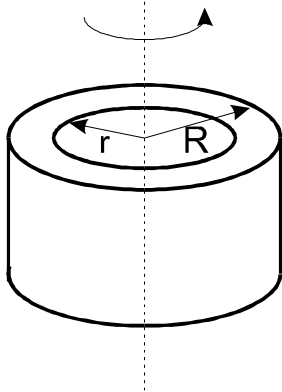
W katalogach maszyn często podawany jest moment zamachowy oznaczany \mathbf{GD}^2 , którego jednostką jest \mathbf{kGm}^2 .

$$J = \frac{GD^2}{4}$$

PROMIENIE BEZWŁADNOŚCI WYBRANYCH BRYŁ



$$R_b^2 = \frac{R^2}{2}$$



$$R_b^2 = \frac{R^2 + r^2}{2}$$

Słuszność powyższych zależności, dla regularnych brył geometrycznych, możemy łatwo wykazać. Sprawdźmy zależność dla wydrążonego walca.

$$J = \sum_{i=l}^k m_i r_i^2$$

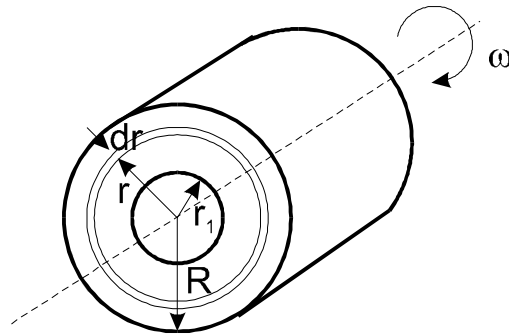
Stosując rachunek całkowy, tę samą zależność zapiszmy jako:

$$J = \int_0^m r^2 dm \quad dm = \gamma dV$$

gdzie:

$$\gamma \left[\frac{kg}{m^3} \right] - \text{masa właściwa (gęstość)}$$

$$V [m^3] - \text{objętość}$$



Objętość wydrążonego walca (rury) o grubości dr , średnicy r i długości l wynosi:

$$dV = 2\pi \cdot r \cdot l \cdot dr$$

$$dm = \gamma \cdot 2\pi \cdot r \cdot l \cdot dr$$

stąd

$$J = \int_{r_1}^R r^2 \cdot \gamma \cdot 2\pi \cdot r \cdot l \cdot dr = \frac{\gamma}{2} \pi \cdot l \cdot (R^4 - r_1^4)$$

Masa wydrążonego walca wynosi:

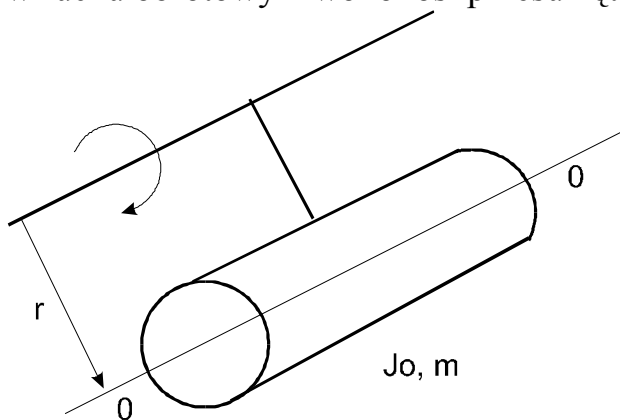
$$m = \gamma \cdot l \cdot \pi \cdot (R^2 - r_1^2)$$

i po wstawieniu do zależności na J otrzymamy:

$$J = \frac{\gamma}{2} \cdot \pi \cdot l \cdot (R^2 - r_1^2) \cdot (R^2 + r_1^2) = m \cdot \frac{R^2 + r_1^2}{2} = m \cdot R_b^2$$

W przypadku bardziej złożonych brył moment bezwładności obliczamy sumując momenty bezwładności ich składników prostych, sumując je bezpośrednio lub za pomocą zasady Steinera.

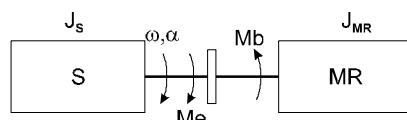
Zasada Steinera pozwala obliczyć moment bezwładności układu będącego w ruchu obrotowym wokół osi przesuniętej względem osi bezwładności ciała.



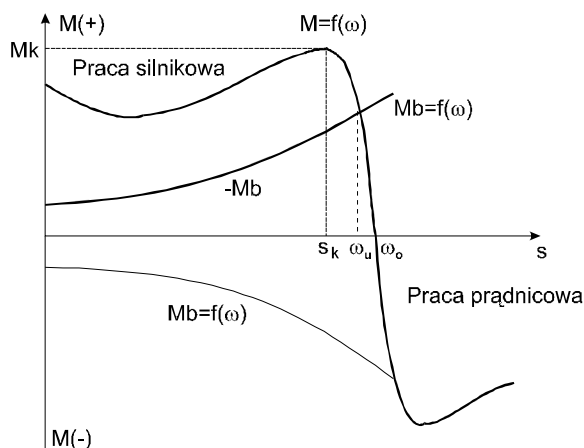
$$J = J_0 + m \cdot r^2$$

Równanie ruchu układu napędowego

Rozważmy prosty układ napędowy:



$$J = J_s + J_{MR} - \text{wypadkowy moment bezwładności}$$



Faktycznie M oraz M_b mają znaki przeciwne. Z tego powodu, dla wygody, umówiono się rysować M oraz M_b w jednej ćwiartce pamiętając, iż M_b posiada znak „-”, który piszemy sporadycznie.

Dowolna różnica momentów $M_e - M_b = M_d$ - stanowi moment dynamiczny.

Stan ustalony jest szczególnym przypadkiem stanu przejściowego.

Stan ustalony jest wtedy, gdy jest **zerowy moment dynamiczny**.

Ogólna postać równania ruchu układu napędowego posiada następującą postać:

$$M_d = M_e - M_b = J \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega}{2} \frac{dJ}{dt},$$

gdzie: J [kgm²] – zastępczy moment bezwładności układu.

Czasami J zależy od położenia i wtedy $\omega = \frac{d\alpha}{dt}$ a równanie ruchu przyjmie postać:

$$M_d = J \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ}{d\alpha} = M_e - M_b.$$

W naszych rozważaniach będziemy się ograniczać do przypadków, gdy $J = const.$

W tym przypadku równanie ruchu przyjmie postać:

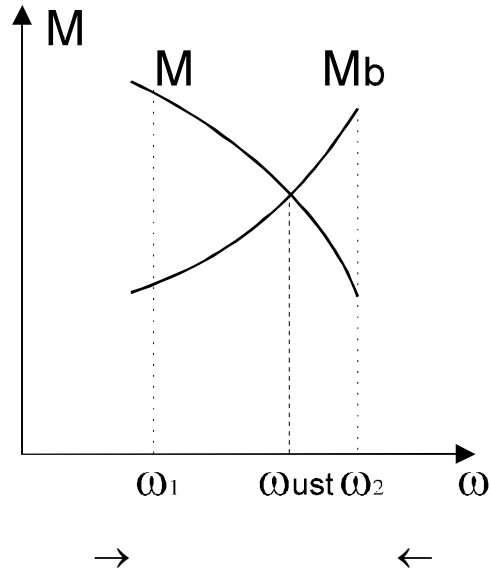
$$M_d = M_e - M_b = J \frac{d\omega}{dt}$$

$M_e - M_b > 0$ – wzrost prędkości

$M_e - M_b < 0$ – zmniejszanie się prędkości.

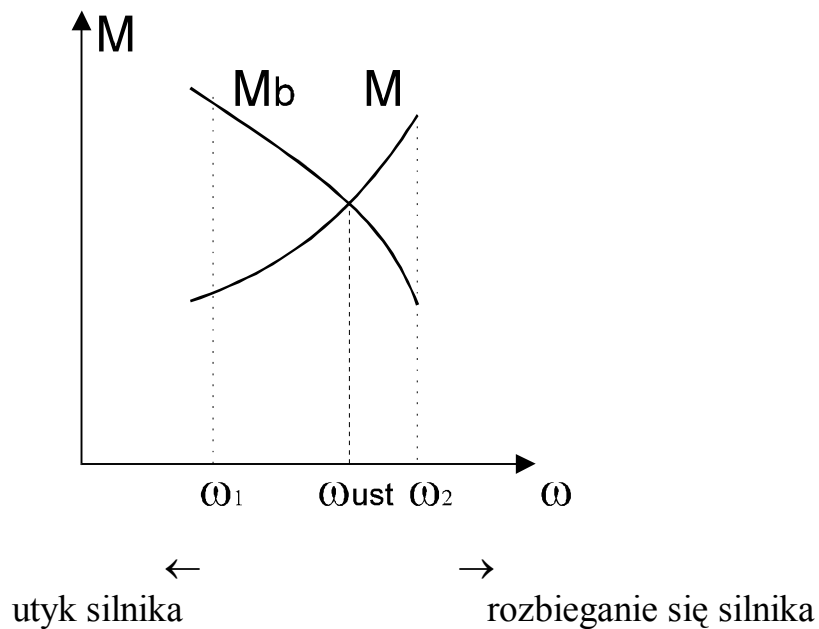
Stabilność statyczna układów napędowych

równowaga trwała



$\omega_1 \downarrow$	$M \uparrow$	$M_b \downarrow$	$M_d > 0$	$\omega \uparrow$
$\omega_2 \uparrow$	$M \downarrow$	$M_b \uparrow$	$M_d < 0$	$\omega \downarrow$

równowaga nietrwała



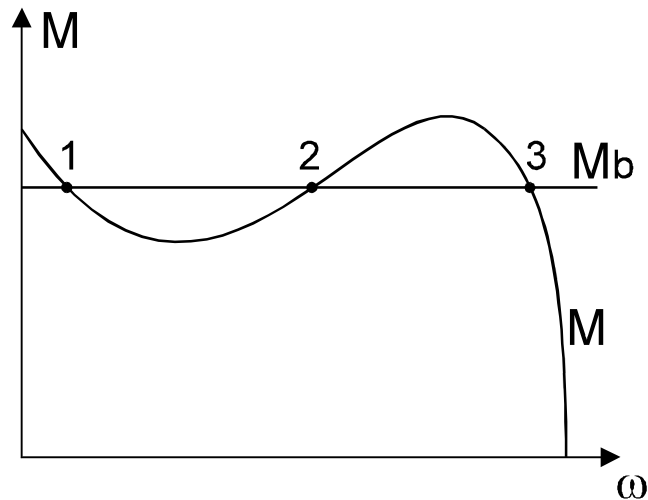
Kryterium stabilności statycznej:

1.

$$M_d \Big|_{\omega=\omega_{ust}} = 0 \quad - \text{ ustalony punkt pracy}$$

2.

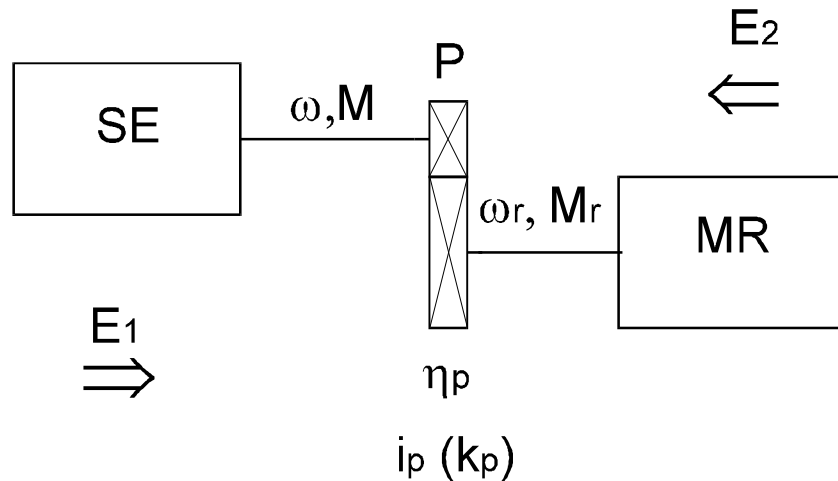
$$\frac{dM_d}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_{ust}} < 0$$



Występują tutaj trzy punkty pracy napędu dla których $M_d = 0$:

- 1) stabilny niewłaściwy
- 2) niestabilny niewłaściwy
- 3) stabilny właściwy

Sprowadzanie momentów mechanicznych do wału silnika



η_p - sprawność przekładni P
 $i_p(k_p)$ - przełożenie przekładni P

przy czym
$$i_p = \frac{\omega}{\omega_r}$$

Wychodząc z bilansu mocy możemy wykazać, iż moment M_r maszyny roboczej sprowadzony do wału silnika jest równy:

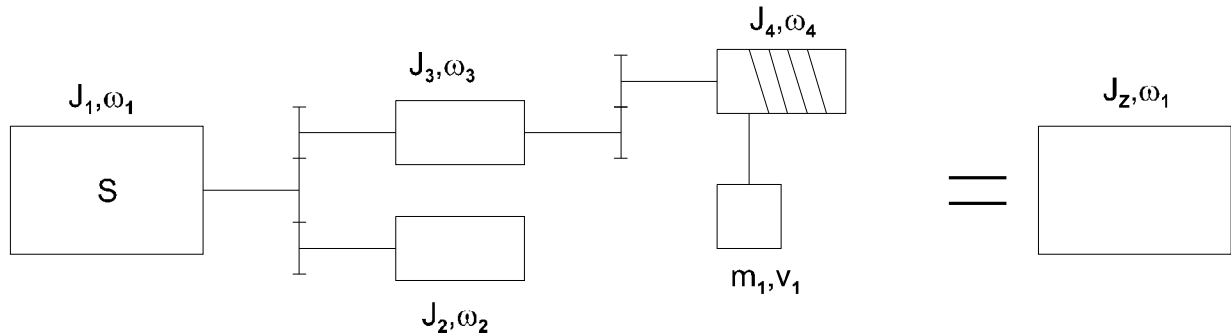
1. przepływ energii od silnika SE do maszyny roboczej MR

$$M_b = \frac{M_r}{\eta_p \cdot i_p}$$

2. przepływ energii od maszyny roboczej MR do silnika SE

$$M_b = \frac{M_r}{i_p} \eta_p$$

Sprowadzanie momentu bezwładności do wału silnika



Wyprowadzenie zależności pozwalającej sprowadzać momenty bezwładności dokonujemy przy założeniu zachowania energii kinetycznej układu napędowego.

$$\sum A_{Kukl} = \sum A_Z$$

Wtedy:

$$J_Z = J_1 + J_2 \frac{1}{\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2} + J_3 \frac{1}{\left(\frac{\omega_1}{\omega_3}\right)^2} + \dots + m_1 \left(\frac{v_1}{\omega_1}\right)^2 + \dots$$

przy czym:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = i_2; \quad \frac{\omega_1}{\omega_3} = i_3 \quad - \text{przełożenie przekładni 1, 2 itd.}$$

v_1 - prędkość liniowa masy m .

Elementarne przykłady całkowania równania ruchu

Podstawowe równanie ruchu:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_e - M_m = M_d$$

Czas trwania stanów przejściowych ($M_d \neq 0$) możemy wyznaczyć z powyższego równania w następujący sposób:

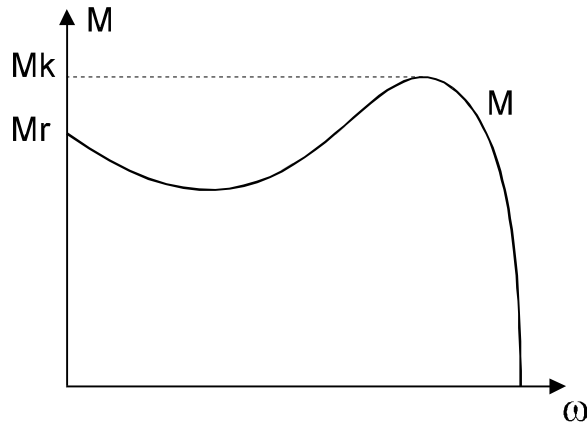
$$t = J \int \frac{d\omega}{(M_e - M_m)}$$

Niestety w praktyce inżynierskiej zwykle utrudnione jest korzystanie z tego równania z następujących powodów:

- nieznajomość charakterystyki $M_e = f(\omega)$,
- nieznajomość charakterystyki $M_m = f(\omega)$,
- trudności z analitycznym rozwiązaniem najczęściej nieliniowych równań.

Dlatego też w praktyce inżynierskiej koniecznym staje się zastosowanie uproszczeń, czynionych z pełną świadomością.

Dla silnika klatkowego czas rozruchu możemy określić dysponując tzw. średnim momentem elektromagnetycznym.



$$t_r \cong J \frac{\Delta\omega}{M_{d\acute{s}r}} \qquad M_{d\acute{s}r} = M_{e\acute{s}r} - M_{b\acute{s}r}$$

$$M_{e\acute{s}r} = \frac{M_r + M_k}{2} \cdot (0.9)$$

gdzie

M_r, M_k - dane katalogowe

$\Delta\omega = \omega_k - \omega_p$

Oczywiście otrzymany wynik jest przybliżony i nie uwzględnia elektromagnetycznych procesów przejściowych w silniku. Pozwala na szacowanie czasów rozruchu czy hamowania.

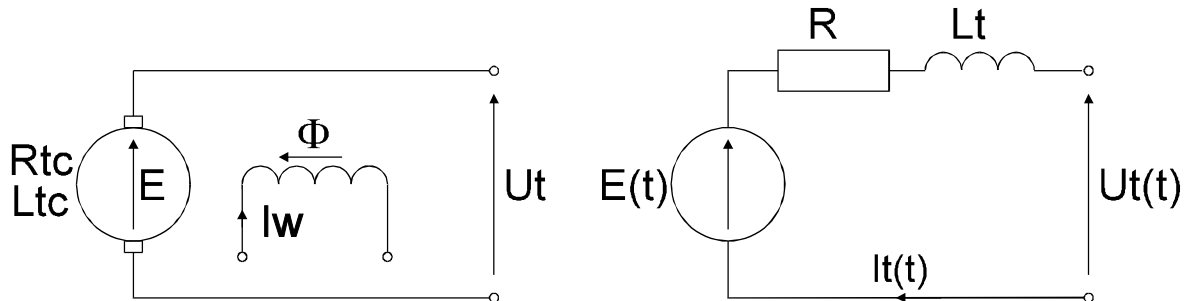
W przypadku, gdy moment dynamiczny M_d , niezależnie od rodzaju silnika, jest liniową funkcją prędkości czas trwania stanów przejściowych możemy obliczyć z następującej zależności:

$$t_p = J \frac{\omega_k - \omega_p}{M_{dk} - M_{dp}} \cdot \ln \frac{M_{dk}}{M_{dp}}$$

Uwaga!

Przy dojściu do stanu ustalonego $M_{dk} = 0$, ale $\ln(0)$ jest nieokreślony ($tr \rightarrow \infty$). W takiej sytuacji M_{dk} należy obliczyć dla prędkości równej np. $0,95 \omega_{ust}$.

2. WŁASNOŚCI DYNAMICZNE UKŁADÓW NAPĘDOWYCH Z SILNIKAMI OBCOWZBUDNYMI PRĄDU STAŁEGO



Obwód elektryczny:

przy $t = 0$; $I_w = \text{const.}$; $\Phi = \text{const.}$

$$U_t(t) = k\Phi \cdot \omega(t) + R \cdot I_t(t) + L_t \frac{dI_t(t)}{dt} \quad (2.1)$$

przyjmujemy, iż $R = \Sigma R_t = R_{tc} = \text{const.}$, zaś $L_t = L_{tc} = \text{const.}$

Mechanika:

$$M_d(t) = M(t) - M_b(t) \quad (2.2)$$

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = k\Phi \cdot I_t(t) - M_b(t) \quad (2.3)$$

przyjmujemy, iż $J = \text{const.}$ oraz $M_o = 0$ (moment strat) lub jest zawarty w $M_b(t)$.

Ostatecznie otrzymamy układ równań opisujący silnik:

$$U_t(t) = k\Phi \cdot \omega(t) + R \cdot I_t(t) + L_t \frac{dI_t(t)}{dt} \quad (2.4)$$

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = k\Phi \cdot I_t(t) - M_b(t) \quad (2.5)$$

Zastosujmy do układu równań (2.4), (2.5) przekształcenie Laplace'a:

$$U(s) = k\Phi \cdot \omega(s) + R \cdot It(s) + Lt \cdot s \cdot It(s) - Lt \cdot It(0) \quad (2.6)$$

$$J \cdot s \cdot \omega(s) - J \cdot \omega(0) = k\Phi \cdot It(s) - Mb(s) \quad (2.7)$$

przy założeniu, że $It(0) = 0$; $\omega(0) = 0$ otrzymamy:

$$U(s) = k\Phi \cdot \omega(s) + R \left(1 + \frac{Lt}{R} s \right) \cdot It(s) \quad (2.8)$$

$$J \cdot s \cdot \omega(s) = k\Phi \cdot It(s) - Mb(s) \quad (2.9)$$

Oznaczmy: $\frac{Lt}{R} = T_t$ - elektromagnetyczna stała czasowa obwodu twornika.

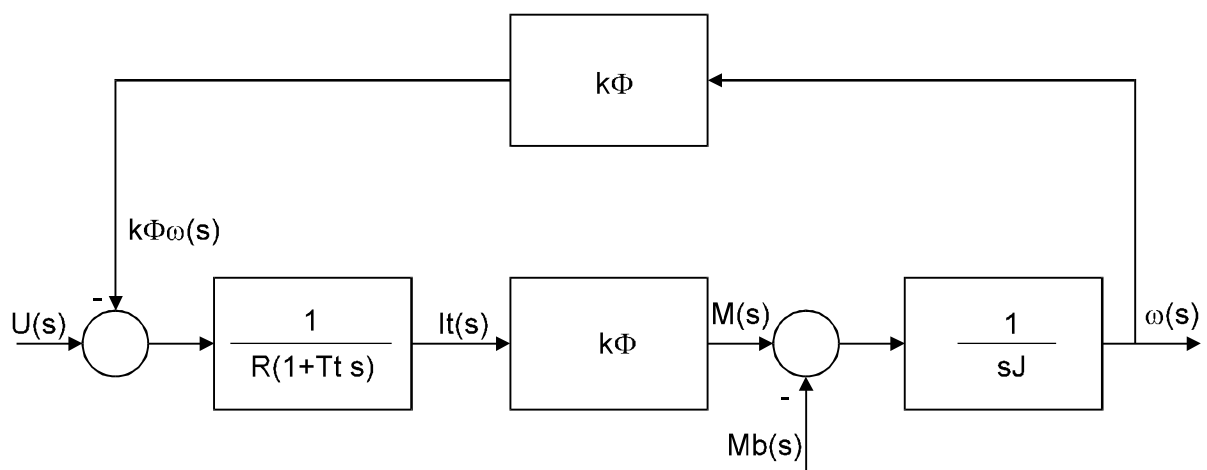
Wynosi ona kilkadziesiąt milisekund np. 0,04 s.

Z równania (2.8) wyznaczamy $It(s)$ natomiast z równania (2.9) $\omega(s)$:

$$It(s) = \frac{1}{R(1 + T_t \cdot s)} [U(s) - k\Phi \cdot \omega(s)] \quad (2.10)$$

$$\omega(s) = \frac{1}{J \cdot s} [k\Phi \cdot It(s) - Mb(s)] \quad (2.11)$$

W oparciu o powyższe równania narysujmy schemat blokowy obcowzbudnego silnika prądu stałego przy sterowaniu napięciowym od strony obwodu twornika:



Na podstawie schematu blokowego możemy wyznaczyć następujące transmitancje:

$$G_1(s) = \frac{\omega(s)}{U(s)}; \quad G_2(s) = \frac{\omega(s)}{Mb(s)};$$

$$G_3(s) = \frac{It(s)}{U(s)}; \quad G_4(s) = \frac{It(s)}{Mb(s)}.$$

Znajdźmy te transmitancje:

$$G_1(s) = \frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{\frac{k\Phi}{R(Tt \cdot s + 1) \cdot s \cdot J}}{1 + \frac{(k\Phi)^2}{R(Tt \cdot s + 1) \cdot s \cdot J}} = \frac{k\Phi}{R(Tt \cdot s + 1) \cdot s \cdot J + (k\Phi)^2} = \quad (2.12)$$

$$= \frac{k\Phi}{J \cdot R \cdot Tt \cdot s^2 + J \cdot R \cdot s + (k\Phi)^2} = \frac{\frac{1}{k\Phi}}{\frac{J \cdot R}{(k\Phi)^2} \cdot Tt \cdot s^2 + \frac{J \cdot R}{(k\Phi)^2} \cdot s + 1}$$

Oznaczając:

$$T_m = \frac{J \cdot R}{(k\Phi)^2} - \text{elektromechaniczna stała czasowa układu napędowego,}$$

przy czym $J = J_{\text{silnika}} + J_{\text{MRsponsored}}$ ostatecznie otrzymamy:

$$G_1(s) = \frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{\frac{1}{k\Phi}}{T_m \cdot T_t \cdot s^2 + T_m \cdot s + 1} \quad (2.13)$$

Otrzymaliśmy układ drugiego rzędu, o dwóch stałych czasowych i wzmacnieniu $1/k\Phi$

Podobnie możemy wyznaczyć pozostałe transmitancje silnika:

$$G_2(s) = \frac{\omega(s)}{M_b(s)} = -\frac{\frac{R}{(k\Phi)^2}(T_t \cdot s + 1)}{T_m \cdot T_t \cdot s^2 + T_m \cdot s + 1} \quad (2.14)$$

$$G_3(s) = \frac{I_t(s)}{U(s)} = \frac{\frac{1}{R} \cdot T_m \cdot s}{T_m \cdot T_t \cdot s^2 + T_m \cdot s + 1} \quad (2.15)$$

$$G_4(s) = \frac{I_t(s)}{M_b(s)} = \frac{\frac{1}{k\Phi}}{T_m \cdot T_t \cdot s^2 + T_m \cdot s + 1} \quad (2.16)$$

Zauważmy, że mianowniki transmitancji są jednakowe. Jest to równanie kwadratowe zwane równaniem charakterystycznym silnika i pierwiastki tego równania określają własności dynamiczne silnika.

$$\begin{aligned} T_m \cdot T_t \cdot s^2 + T_m \cdot s + 1 &= 0 \\ \Delta &= T_m^2 - 4 \cdot T_m \cdot T_t = T_m^2 \left(1 - \frac{4 \cdot T_t}{T_m} \right) \\ s_{1,2} &= \frac{-1 \pm \sqrt{1 - \frac{4 \cdot T_t}{T_m}}}{2 \cdot T_t} \end{aligned}$$

Jeśli pierwiastki są liczbami rzeczywistymi to:

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow 1 - \frac{4 \cdot T_t}{T_m} \geq 0 \Rightarrow T_m \geq 4 \cdot T_t \quad (2.17)$$

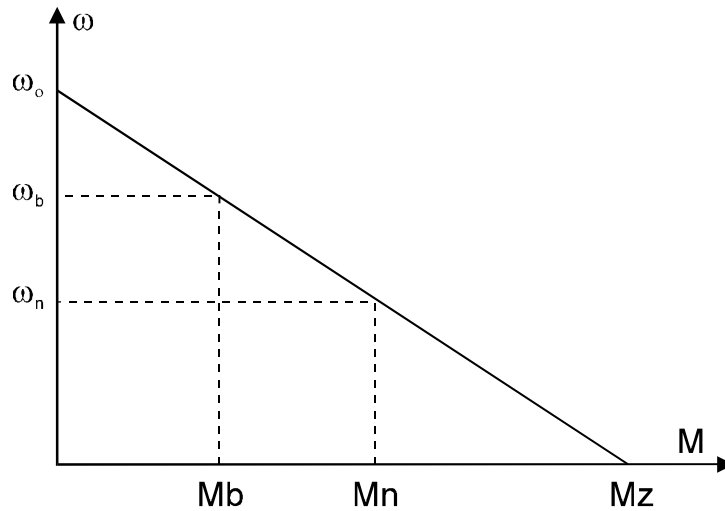
Jest to warunek aperiodycznego charakteru odpowiedzi silnika na skok napięcia zasilającego twornik.

$$T_{ms} = \frac{J_s \cdot R_{tc}}{(k\Phi)^2} \quad \text{- stała elektromechaniczna samego silnika}$$

$$T_{ms} \cong \text{kilkadziesiąt ms} ; \quad T_{ms} \approx T_t$$

Dla silnika prądu stałego elektromechaniczna stała czasowa może być określana z następujących zależności:

$$T_{ms} = J_s \frac{R_{tc}}{(k\Phi)^2} \cdot \frac{I_b}{I_b} = J_s \frac{R_{tc} \cdot I_b}{k\Phi} \cdot \frac{1}{k\Phi \cdot I_b} = J_s \frac{\Delta\omega_b}{M_b} \quad (2.18)$$



uwzględniając:

$$\omega_b = \frac{U}{k\Phi} - \frac{R_{tc} \cdot I_b}{k\Phi} = \omega_0 - \Delta\omega_b$$

z (2.18) otrzymamy:

$$T_{ms} = J_s \frac{\Delta\omega_b}{M_b} = J_s \frac{\Delta\omega_n}{M_n} = J_s \frac{\omega_0}{M_z} \quad (2.19)$$

Jeśli mamy, iż $T_m \gg T_t$ to możemy przyjąć, że $T_t \approx 0$ i wtedy transmitancje opisujące silnik upraszczają się i otrzymujemy układ pierwszego rzędu.

$$\begin{aligned} G_1(s) &= \frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{1}{T_m \cdot s + 1}; & G_2(s) &= \frac{\omega(s)}{M_b(s)} = -\frac{R}{(k\Phi)^2} \cdot \frac{1}{T_m \cdot s + 1}; \\ G_3(s) &= \frac{I_t(s)}{U(s)} = \frac{\frac{1}{R} \cdot s \cdot T_m}{T_m \cdot s + 1}; & G_4(s) &= \frac{I_t(s)}{U(s)} = \frac{1}{k\Phi} \cdot \frac{1}{T_m \cdot s + 1}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Rozważmy sytuację, w której silnik obcowzbudny prądu stałego pracuje z prędkością początkową $\omega = \omega_p$. Jaka będzie odpowiedź prędkości obrotowej i prądu twornika w funkcji czasu na skok napięcia zasilającego twornik?

Na razie przyjmijmy, że $L_t \cong 0 \Rightarrow T_t \cong 0 \Rightarrow L/R \cong 0$.

Na podstawie równań (2.6) i (2.7) możemy zapisać:

$$U(s) = k\Phi \cdot \omega(s) + R \cdot I_t(s) + L_t \cdot s \cdot I_t(s) \quad (2.21)$$

$$J \cdot s \cdot \omega(s) - J \cdot \omega(0) = k\Phi \cdot I_t(s) - M_b(s) \quad (2.22)$$

Ponadto założmy:

$$U(s) = U_n(s) = \frac{U_n}{s}; \quad k\Phi = k\Phi_n = \text{const.}; \quad \omega(0) = \omega_p$$

Silnik obciążony jest stałym momentem biernym:

$$M_b(s) = \frac{M_b}{s}$$

Z równania (2.22) wyznaczamy prąd twornika:

$$I_t(s) = \frac{1}{k\Phi} \cdot s \cdot J \cdot \omega(s) - \frac{1}{k\Phi} \cdot s \cdot J \cdot \omega_p + \frac{1}{k\Phi} \cdot M_b(s) \quad (2.23)$$

i wstawmy do równania (2.21):

$$U(s) = k\Phi \cdot \omega(s) + \frac{R \cdot J}{k\Phi} \cdot s \cdot \omega(s) - \frac{R \cdot J}{k\Phi} \cdot \omega_p + \frac{R}{k\Phi} \cdot M_b(s)$$

stąd:

$$\omega(s) = \frac{U(s)}{k\Phi \cdot (T_m \cdot s + 1)} + T_m \cdot \frac{\omega_p}{T_m \cdot s + 1} - \frac{R}{(k\Phi)^2} \cdot \frac{M_b(s)}{T_m \cdot s + 1} \quad (2.24)$$

Uwzględniając przyjęte założenia $U(s) = \frac{U_n}{s}$ oraz $M_b(s) = \frac{M_b}{s}$ otrzymamy:

$$\omega(s) = \frac{U_n}{s \cdot k\Phi \cdot (T_m \cdot s + 1)} + T_m \frac{\omega_p}{T_m \cdot s + 1} - \frac{R}{(k\Phi)^2} \cdot \frac{M_b}{s \cdot (T_m \cdot s + 1)}$$

Uwzględniając ponadto zależności:

$$\frac{U_n}{k\Phi} = \omega_{on}; \quad \frac{R}{(k\Phi)^2} \cdot Mb = \Delta\omega_b \Rightarrow \omega_{on} - \Delta\omega_b = \omega_b$$

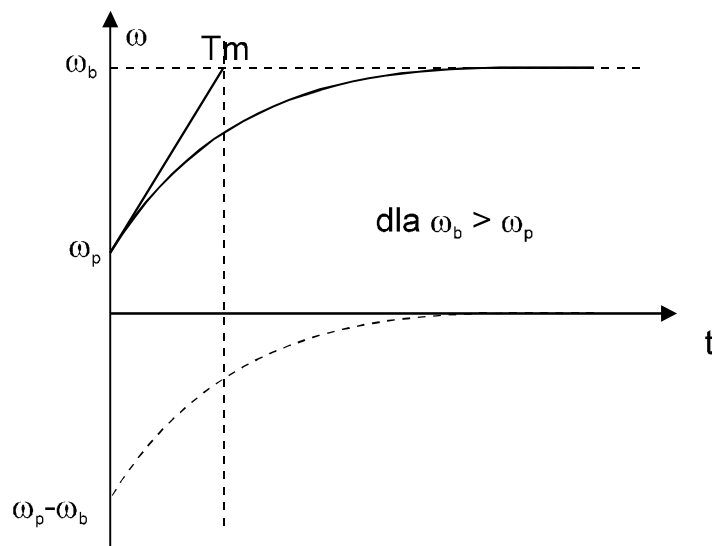
ostatecznie w dziedzinie operatorowej otrzymamy:

$$\omega(s) = \frac{\omega_b}{s \cdot T_m \cdot \left(s + \frac{1}{T_m}\right)} + \frac{\omega_p}{s + \frac{1}{T_m}} \quad (2.25)$$

Przechodząc do dziedziny czasowej należy skorzystać z twierdzenia o splocie funkcji otrzymując następującą zależność:

$$\omega(t) = \omega_b \left(1 - e^{-\frac{t}{T_m}}\right) + \omega_p \cdot e^{-\frac{t}{T_m}} \quad (2.26)$$

Wykres powyższej funkcji jest następujący:



Równanie (2.26) możemy też przedstawić w postaci następującej:

$$\omega(t) = \omega_b + (\omega_p - \omega_b) \cdot e^{-\frac{t}{T_m}}. \quad (2.27)$$

Podobnie znajdziemy równanie prądu korzystając z (2.23):

$$I_t(s) = \frac{sJ}{k\Phi} \cdot \omega(s) - \frac{J}{k\Phi} \cdot \omega_p + \frac{1}{k\Phi} \cdot Mb(s)$$

przy czym:

$$Mb(s) = \frac{Mb}{s}$$

Dokonując następujących przekształceń uwzględniając (2.25):

$$I_t(s) = \frac{sJ}{k\Phi} \cdot \left[\frac{\omega_b}{s \cdot (sT_m + 1)} + \frac{\omega_p \cdot T_m}{sT_m + 1} \right] - \frac{J}{k\Phi} \cdot \omega_p + \frac{1}{k\Phi} \cdot \frac{Mb}{s}$$

$$I_t(s) = \frac{J \cdot \omega_b}{k\Phi(sT_m + 1)} + \frac{J(sT_m - sT_m - 1)}{k\Phi(sT_m + 1)} \cdot \omega_p + \frac{1}{k\Phi} \cdot \frac{Mb}{s}$$

$$I_t(s) = \frac{J \cdot R}{(k\Phi)^2} \frac{k\Phi}{R} \frac{\omega_b}{sT_m + 1} + \frac{JR}{(k\Phi)^2} \frac{k\Phi}{R} \frac{\omega_p}{sT_m + 1} + \frac{I_b}{s}$$

$$\frac{U}{k\Phi} = \omega_o; \quad \frac{R}{(k\Phi)^2} \cdot Mb = \Delta\omega_b \Rightarrow \omega_o - \Delta\omega_b = \omega_b;$$

$$I_b = \frac{Mb}{k\Phi}$$

$$I_t(s) = T_m \cdot \frac{\frac{k\Phi}{R} \left[\frac{U}{k\Phi} - \frac{R}{(k\Phi)^2} \cdot Mb \right]}{sT_m + 1} - T_m \cdot \frac{\frac{k\Phi}{R} \left[\frac{U}{k\Phi} - \frac{R}{(k\Phi)^2} \cdot Mp \right]}{sT_m + 1} + \frac{I_b}{s}$$

$$I_t(s) = \frac{T_m \left(\frac{U}{R} - I_b \right)}{sT_m + 1} - \frac{T_m \left(\frac{U}{R} - I_p \right)}{sT_m + 1} + \frac{I_b}{s}$$

$$I_t(s) = \frac{T_m(I_p - I_b)}{sT_m + 1} + \frac{I_b}{s} = \frac{T_m I_p}{sT_m + 1} - \frac{T_m I_b}{sT_m + 1} + \frac{I_b}{s}$$

i w dziedzinie operatorowej ostatecznie otrzymamy:

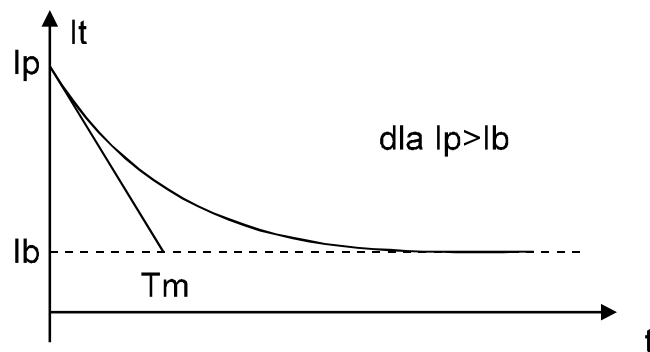
$$I_t(s) = \frac{I_p}{s + \frac{1}{T_m}} + \frac{I_b}{sT_m \left(s + \frac{1}{T_m} \right)} \quad (2.28)$$

a w dziedzinie czasowej:

$$I_t(t) = I_b \left(1 - e^{-t/T_m} \right) + I_p \cdot e^{-t/T_m} \quad (2.29)$$

lub

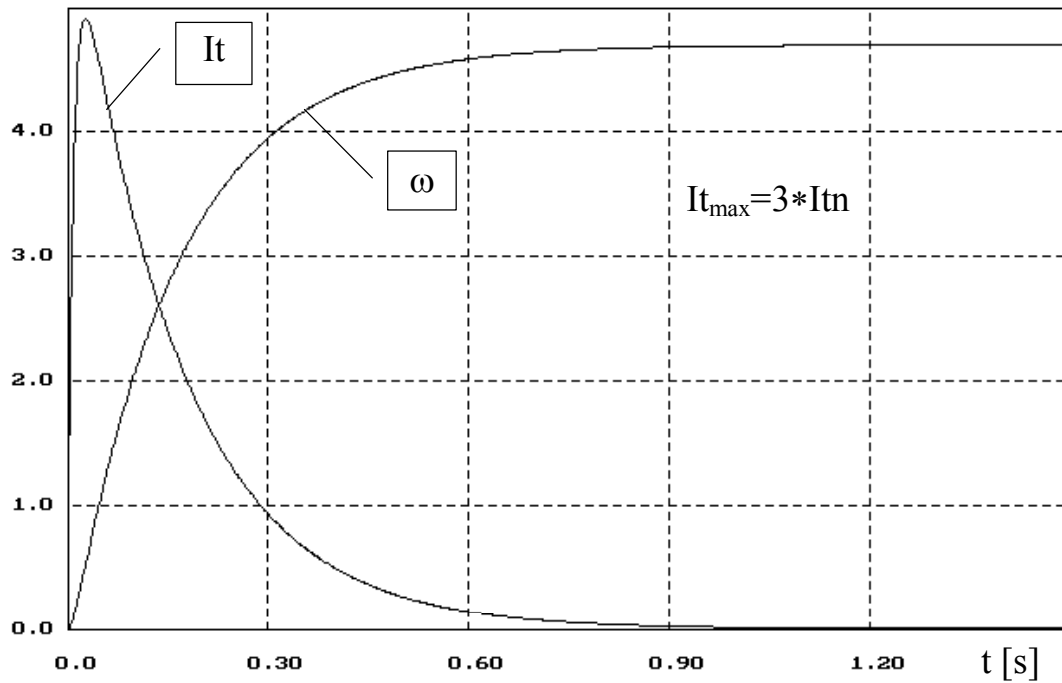
$$I_t(t) = I_b + (I_p - I_b) \cdot e^{-t/T_m} \quad (2.30)$$



Napęd elektryczny

$\times 10$ ω [rad/s]; $0.04 \cdot I_t$ [A]

$M_b=0$; $U_t=U_n$; $R_{tc}=0.319\Omega$



ADAM SOLBUT GPS v1.0 1994

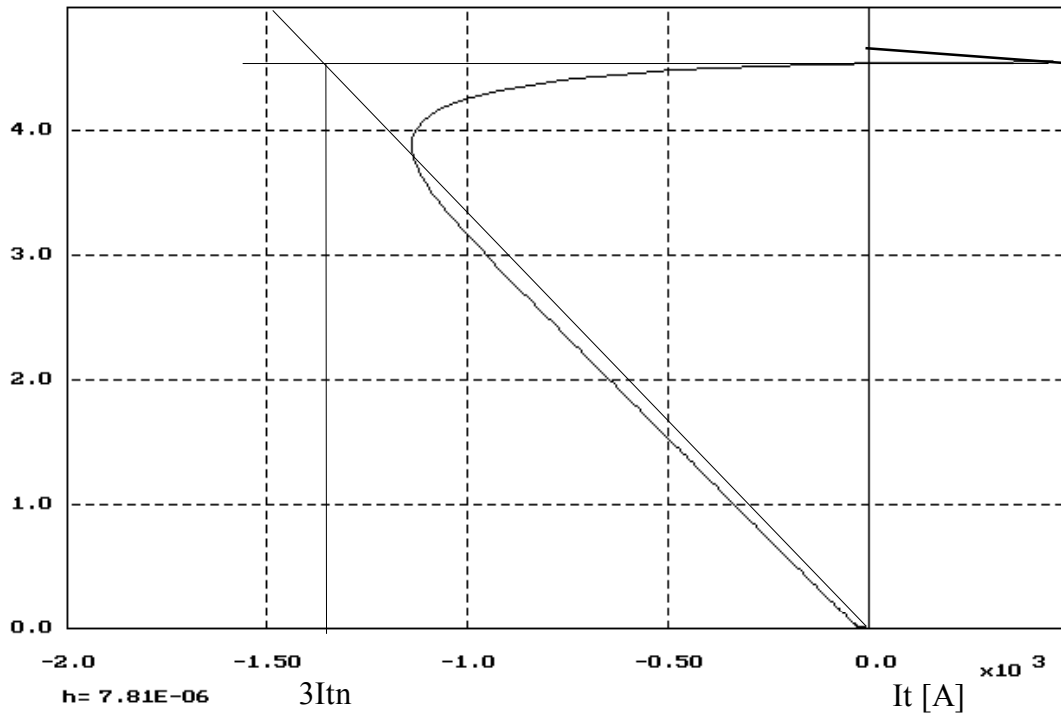
SILNIK OBCOWZBUDNY PRĄDU STAŁEGO TYPU D818 $P_n=185$ kW; $n_n=435/870$ obr/min;
 $U_n=440$ V; $I_{tn}=460$ A; $R_{tc}=0.0293\Omega$; $L_{tc}=2.7$ mH; $J=46$ kgm²; $k\Phi=9.363$ Vs/rad; $M_n=4300$ Nm

Napęd elektryczny

Hamowanie dynamiczne

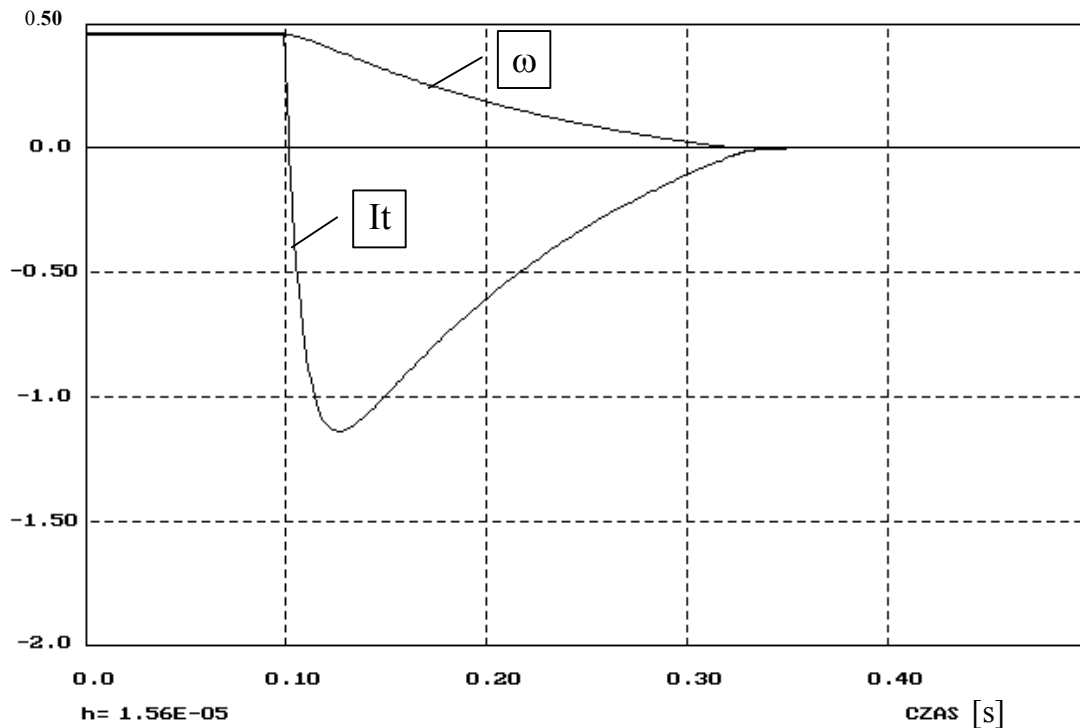
$R_h=0.319\Omega$, $J=J_{ns}$, $M_b=M_n$ - bierny

$\times 10$ ω [rad/s]



ADAM SOLBUT GPS v1.0 1994

$\times 10^2$ ω [rad/s]; $0.1 \cdot I_t$ [A]



ADAM SOLBUT GPS v1.0 1994

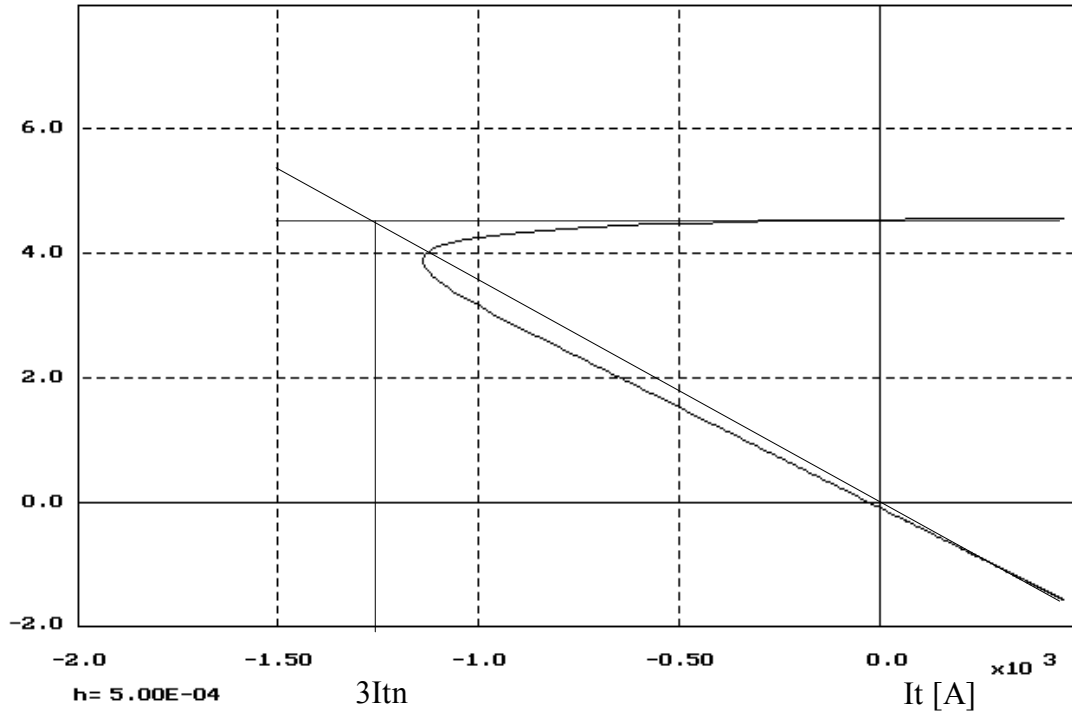
SILNIK OBCOWZBUDNY PRĄDU STAŁEGO TYPU D818 $P_n=185$ kW; $n_n=435/870$ obr/min;
 $U_n=440$ V; $I_{tn}=460$ A; $R_{tc}=0.0293\Omega$; $L_{tc}=2.7$ mH; $J=46$ kgm²; $k\Phi=9.363$ Vs/rad; $M_n=4300$ Nm

Napęd elektryczny

Hamowanie dynamiczne

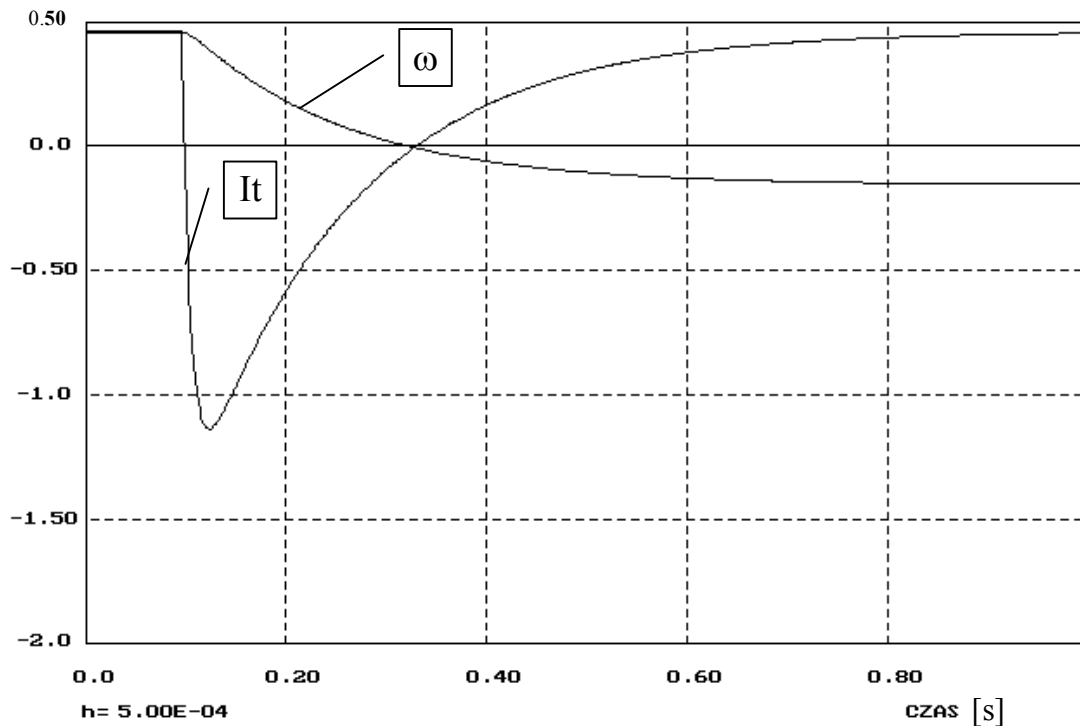
$R_h=0.319\Omega$, $J=J_{ns}$, $M_b=M_n$ - czynny

$\times 10$ ω [rad/s]



ADAM SOLBUT GPS v1.0 1994

$\times 10^2$ ω [rad/s]; $0.1 \cdot I_t$ [A]



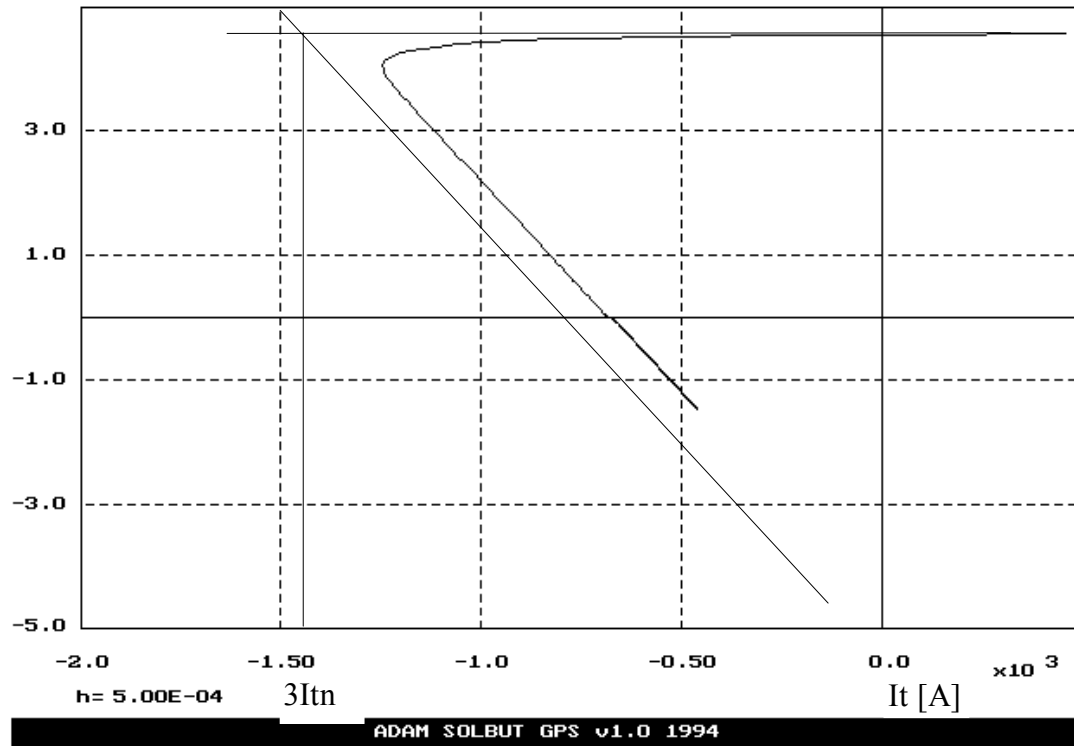
ADAM SOLBUT GPS v1.0 1994

SILNIK OBCOWZBUDNY PRĄDU STAŁEGO TYPU D818 $P_n=185$ kW; $n_n=435/870$ obr/min;
 $U_n=440$ V; $I_{tn}=460$ A; $R_{tc}=0.0293\Omega$; $L_{tc}=2.7$ mH; $J=46$ kgm²; $k\Phi=9.363$ Vs/rad; $M_n=4300$ Nm

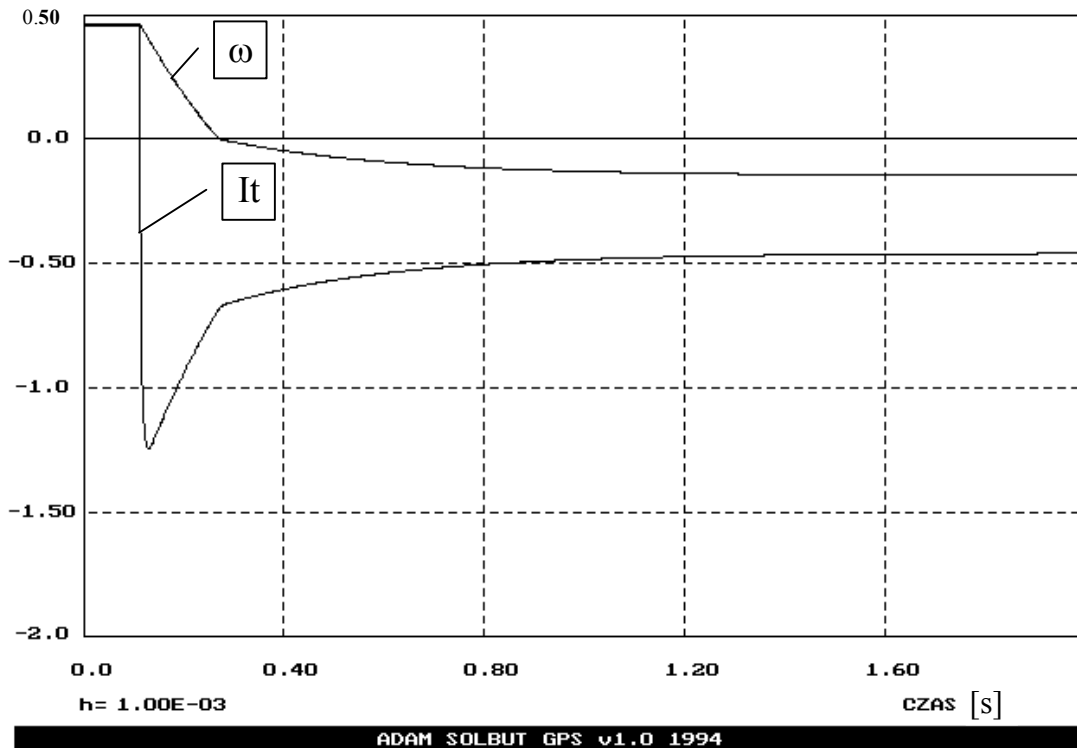
Napęd elektryczny

Hamowanie przeciwwłóceniem

$\times 10$ ω [rad/s] $R_h=0.657\Omega$, $J=J_{ns}$, $M_b=M_n$ - bierny



$\times 10^2$ ω [rad/s]; $0.1 \cdot I_t$ [A]



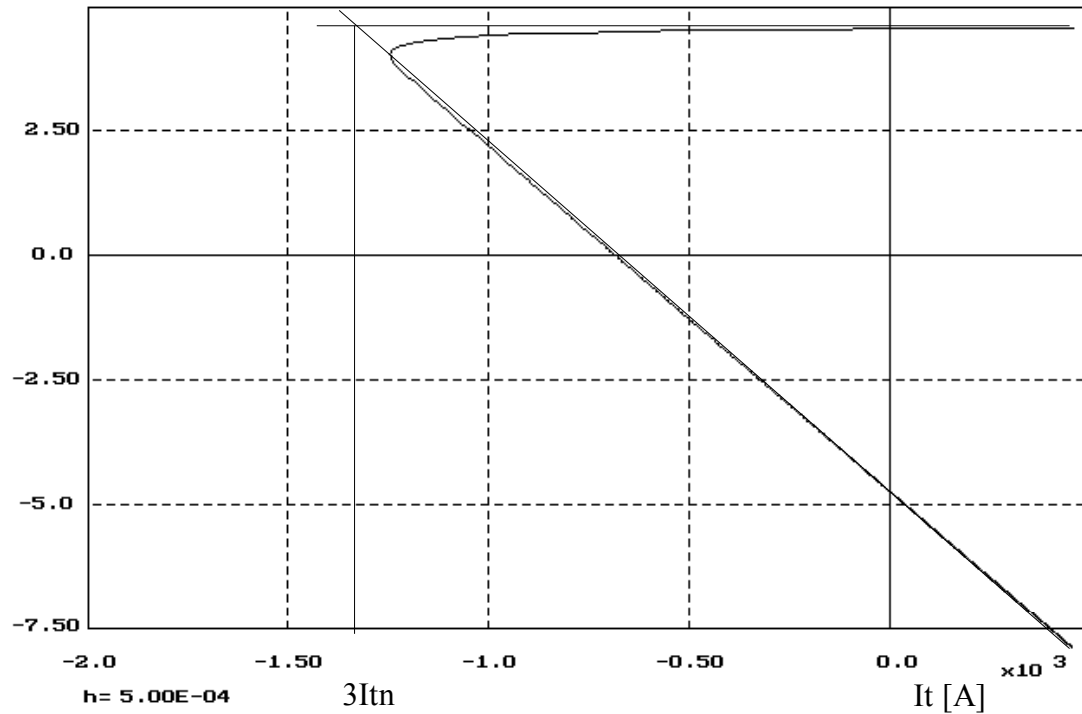
SILNIK OBCOWZBUDNY PRĄDU STAŁEGO TYPU D818 $P_n=185$ kW; $n_n=435/870$ obr/min;
 $U_n=440$ V; $I_{tn}=460$ A; $R_{tc}=0.0293\Omega$; $L_{tc}=2.7$ mH; $J=46$ kgm²; $k\Phi=9.363$ Vs/rad; $M_n=4300$ Nm

Napęd elektryczny

Hamowanie przeciwwłoczeniem

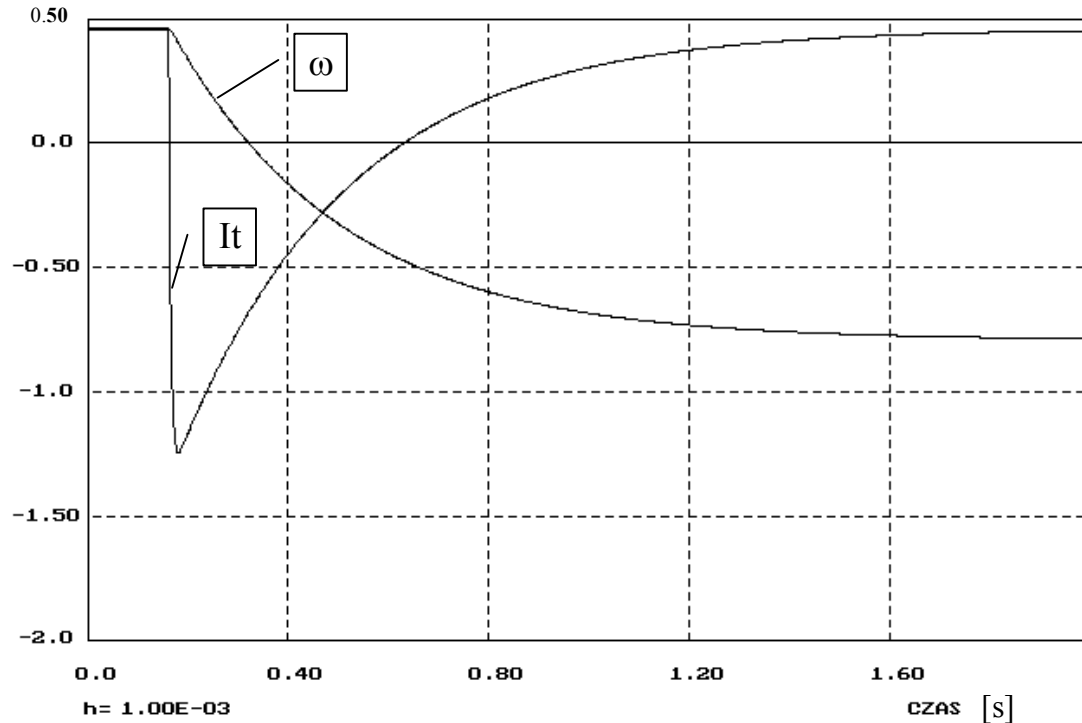
$R_h=0.657\Omega$, $J=J_{ns}$, $M_b=M_n$ - czynny

$\times 10$ ω [rad/s]



ADAM SOLBUT GPS v1.0 1994

$\times 10^2$ ω [rad/s]; $0.1 \cdot I_t$ [A]



ADAM SOLBUT GPS v1.0 1994

SILNIK OBCOWZBUDNY PRĄDU STAŁEGO TYPU D818 $P_n=185$ kW; $n_n=435/870$ obr/min;
 $U_n=440$ V; $I_{tn}=460$ A; $R_{tc}=0.0293\Omega$; $L_{tc}=2.7$ mH; $J=46$ kgm²; $k\Phi=9.363$ Vs/rad; $M_n=4300$ Nm

Stany przejściowe w silniku obcowzbudnym z uwzględnieniem elektromagnetycznej stałej czasowej

Weźmy pod uwagę układ równań (2.21) i (2.22):

$$\begin{cases} J \cdot s \cdot \omega(s) - J \cdot \omega(0) = k\Phi \cdot It(s) - Mb(s) \\ U(s) = k\Phi \cdot \omega(s) + R(1 + sT_t)It(s) - R \cdot T_t \cdot It(0) \end{cases} \quad (2.31)$$

Układ równań (2.31) przekształcamy do postaci umożliwiającej rozwiązanie metodą wyznaczników:

$$\begin{cases} J \cdot s \cdot \omega(s) - k\Phi \cdot It(s) = -Mb(s) + J \cdot \omega(0) \\ k\Phi \cdot \omega(s) + R(1 + sT_t)It(s) = U(s) + R \cdot T_t \cdot It(0) \end{cases} \quad (2.32)$$

$$\text{Mian} = \begin{vmatrix} J \cdot s & -k\Phi \\ k\Phi & R(1 + sT_t) \end{vmatrix} = J \cdot s \cdot R(1 + sT_t) + (k\Phi)^2 \quad (2.33)$$

$$\text{Mian} = (k\Phi)^2 (T_m \cdot T_t \cdot s^2 + T_m \cdot s + 1) = (k\Phi)^2 \cdot M(s)$$

gdzie $M(s)$ - równanie charakterystyczne silnika

$$\begin{aligned} L(\omega) &= \begin{vmatrix} -Mb(s) + J \cdot \omega(0) & -k\Phi \\ U(s) + R \cdot T_t \cdot It(0) & R(1 + sT_t) \end{vmatrix} \\ L(\omega) &= -R(1 + sT_t) \cdot Mb(s) + J \cdot R(1 + sT_t) \cdot \omega(0) + k\Phi \cdot U(s) + \\ &+ k\Phi \cdot R \cdot T_t \cdot It(0) \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} L(It) &= \begin{vmatrix} J \cdot s & -Mb(s) + J \cdot \omega(0) \\ k\Phi & U(s) + R \cdot T_t \cdot It(0) \end{vmatrix} \\ L(It) &= J \cdot s \cdot U(s) + J \cdot R \cdot T_t \cdot s \cdot It(0) + k\Phi \cdot Mb(s) - \\ &- k\Phi \cdot J \cdot \omega(0) \end{aligned} \quad (2.35)$$

W oparciu o wyznaczniki (2.33), (2.34) i (2.35) znajdziemy równania operatorowe prędkości i prądu twornika silnika:

$$\begin{aligned} \omega(s) &= \frac{L(\omega)}{M_{ian}} = \frac{U(s)/k\Phi}{M(s)} + \frac{T_m(1+sT_t)\omega(0)}{M(s)} - \\ &\quad - \frac{R/(k\Phi)^2(1+sT_t)M_b(s)}{M(s)} + \frac{R/k\Phi \cdot T_t \cdot I_t(0)}{M(s)} \\ \omega(s) &= \frac{\omega_o(s)}{M(s)} + \frac{T_m(1+sT_t) \cdot \omega_p}{M(s)} - \frac{\Delta\omega_b(s)(1+sT_t)}{M(s)} + \\ &\quad + \frac{\Delta\omega_p}{M(s)} T_t \end{aligned} \tag{2.36}$$

$$\begin{aligned} I_t(s) &= \frac{L(I_t)}{M_{ian}} = \frac{U(s) \cdot J \cdot s / (k\Phi)^2}{M(s)} + \frac{s \cdot T_t \cdot I_t(0) \cdot J \cdot R / (k\Phi)^2}{M(s)} + \\ &\quad + \frac{M_b(s)/k\Phi}{M(s)} - \frac{J/k\Phi}{M(s)} \omega(0) \\ I_t(s) &= \frac{T_m \cdot s \cdot I_tz(s)}{M(s)} + \frac{T_m \cdot T_t \cdot s \cdot I_t(0)}{M(s)} + \frac{I_b(s)}{M(s)} - \frac{J/k\Phi}{M(s)} \omega(0) \end{aligned} \tag{2.37}$$

Rozruch jałowy silnika:

$$M_b=0; \omega(0)=0; I_t(0)=0; U(s)=U/s \quad \Delta > 0$$

Równanie prędkości ma postać:

$$\omega(s) = \frac{U}{k\Phi \cdot s \cdot M(s)} = \frac{\omega_0}{s \cdot M(s)} = \frac{\omega_0}{s \cdot T_m \cdot T_t \cdot (s - s_1)(s - s_2)}$$

$$\omega(t) = \frac{\omega_0}{T_m \cdot T_t \cdot s_1 \cdot s_2} + \frac{\omega_0}{T_m \cdot T_t \cdot s_1 \cdot (s_1 - s_2)} e^{s_1 \cdot t} +$$

$$+ \frac{\omega_0}{T_m \cdot T_t \cdot s_2 \cdot (s_2 - s_1)} e^{s_2 \cdot t} \quad (2.38)$$

Łatwo możemy wykazać, iż: $s_1 \cdot s_2 = \frac{1}{T_m \cdot T_t}$

$$\omega(t) = \omega_0 + \omega_0 \frac{s_2}{s_1 - s_2} e^{s_1 \cdot t} - \omega_0 \frac{s_1}{s_1 - s_2} e^{s_2 \cdot t} \quad (2.39)$$

lub

$$\omega(t) = \omega_0 \left[1 + \frac{1}{s_1 - s_2} (s_2 \cdot e^{s_1 \cdot t} - s_1 \cdot e^{s_2 \cdot t}) \right]$$

Badając przebieg zmienności funkcji określimy punkt przegięcia:

$$t_p = \frac{1}{s_1 - s_2} \ln \frac{s_2}{s_1} \quad (2.40)$$

Podobnie dla równania prądu:

$$I_t(s) = \frac{T_m \cdot s \cdot I_{tz}(s)}{M(s)} = \frac{T_m \cdot I_{tz}}{T_m \cdot T_t (s - s_1)(s - s_2)}$$

przy czym:

$$I_{tz} = \frac{U}{R} = \text{const.}, \text{ więc } I_{tz}(s) = \frac{I_{tz}}{s}$$

$$I_t(s) = \frac{I_{tz}}{T_t \cdot (s - s_1)(s - s_2)} \quad (2.41)$$

$$I_t(t) = \frac{I_{tz}}{T_t} \left(\frac{1}{s_1 - s_2} e^{s_1 \cdot t} + \frac{1}{s_2 - s_1} e^{s_2 \cdot t} \right) \quad (2.42)$$

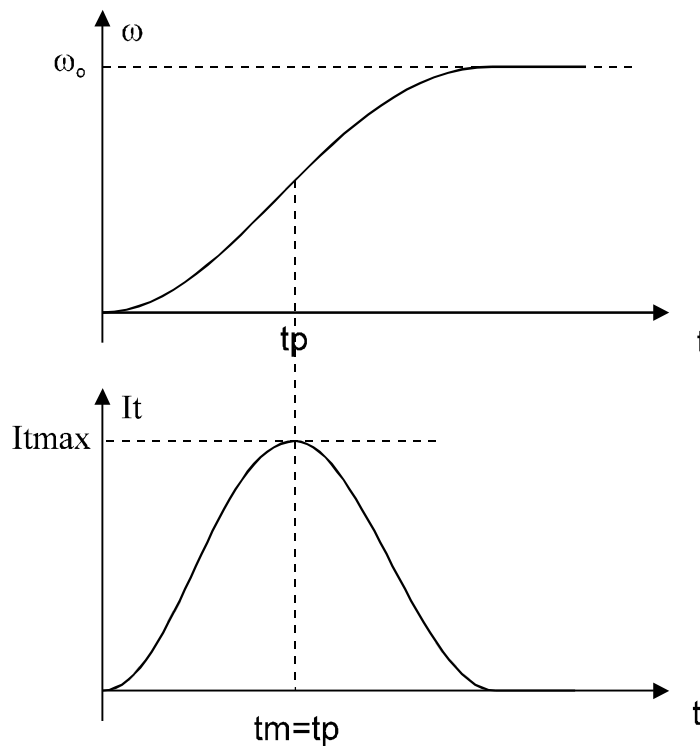
lub

$$I_t(t) = \frac{I_{tz}}{T_t(s_1 - s_2)} \left(e^{s_1 \cdot t} - e^{s_2 \cdot t} \right)$$

Szukając ekstrema tej funkcji otrzymamy maksimum dla :

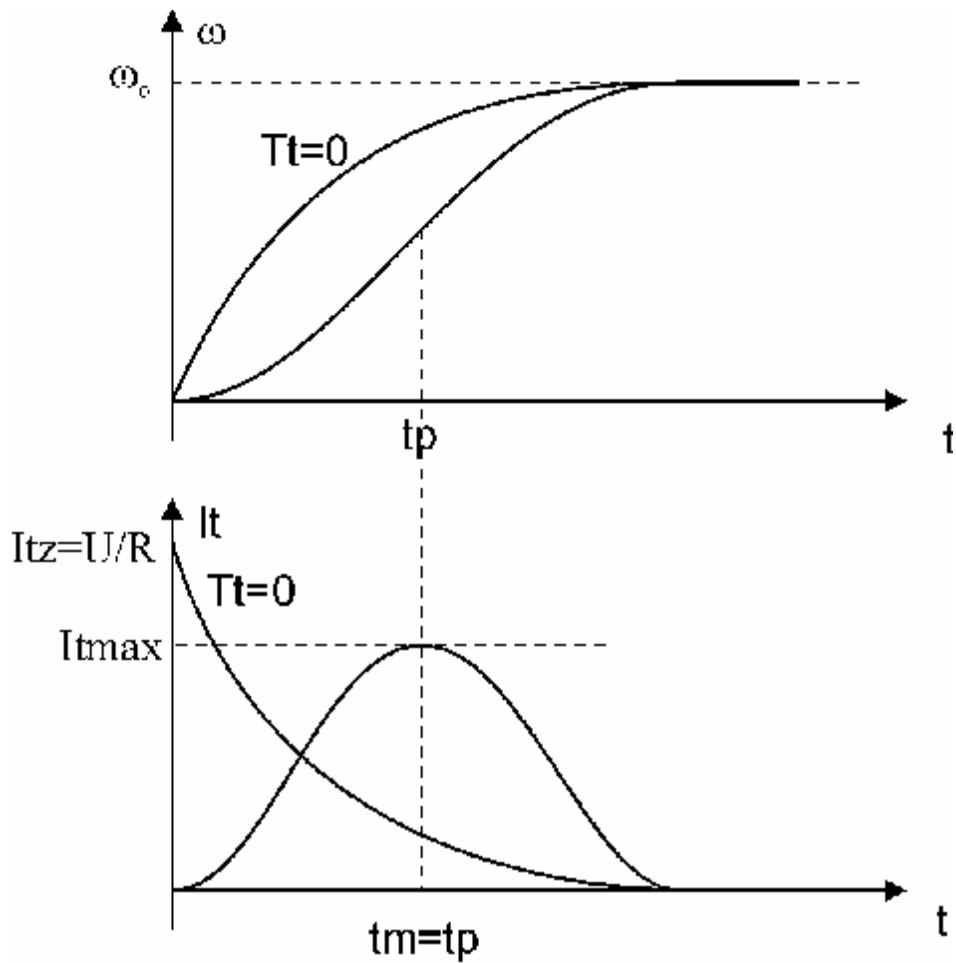
$$t_m = \frac{1}{s_1 - s_2} \ln \frac{s_2}{s_1} \quad (2.43)$$

zauważmy, iż $t_p = t_m$



$$I_t(t_m) = I_t \max = \frac{I_{tz}}{T_t(s_1 - s_2)} \left(e^{\frac{s_1}{s_1 - s_2} \ln \frac{s_2}{s_1}} - e^{\frac{s_2}{s_1 - s_2} \ln \frac{s_2}{s_1}} \right) \quad (2.44)$$

Można wykazać, iż $I_t(t_m) < I_{tz}$



W przypadku, gdy pierwiastki równania charakterystycznego transmitancji silnika są liczbami zespolonymi to przebiegi prędkości i prądu twornika będą miały charakter oscylacyjny.

Rozruch przy obciążeniu momentem biernym:

$$M_b = \text{const. (bierny)} \quad T_m > 4T_t$$

Rozruch możemy podzielić na dwa etapy:

a) $M \leq M_b$

b) $M > M_b$

a) Etap pierwszy

Silnik jest nieruchomy

$$U(s) = R(1 + s \cdot T_t) I_t(s)$$

$$I_t(s) = \frac{U(s)}{R(1 + s \cdot T_t)} = \frac{U}{R} \frac{1}{s(1 + s \cdot T_t)} \quad (2.45)$$

$$I_t(t) = \frac{U}{R} (1 - e^{-t/T_t}) = I_{tz} (1 - e^{-t/T_t})$$

Z tego równania wyznaczmy czas martwy, po którym prąd osiągnie wartość I_{tb} :

$$I_t(t_0) = I_{tb} = I_{tz} (1 - e^{-t_0/T_t})$$

$$t_0 = T_t \cdot \ln \frac{I_{tz}}{I_{tz} - I_{tb}} \quad (2.46)$$

b) Etap drugi

$$\omega > 0; M > M_b; \omega(0) = 0; I_t(0) = I_{tb}$$

$$I_t(s) = \frac{T_m \cdot s \cdot I_{tz}(s)}{M(s)} + \frac{I_{tb}(s)}{M(s)} + \frac{T_m \cdot T_t \cdot s \cdot I_t(0)}{M(s)} \quad (2.47)$$

Uwzględniając

$$I_{tz}(s) = \frac{I_{tz}}{s}; \quad I_{tb}(s) = \frac{I_{tb}}{s}$$

i dokonując przekształceń otrzymamy:

$$I_t(s) = \frac{I_{tz}}{T_t(s - s_1)(s - s_2)} + \frac{I_{tb}}{s} - \frac{I_{tb}}{T_t(s - s_1)(s - s_2)} \quad (2.48)$$

$$I_t(t) = I_{tb} + \frac{I_{tz} - I_{tb}}{T_t(s_1 - s_2)} \left(e^{s_1 \cdot t} - e^{s_2 \cdot t} \right) \quad (2.49)$$

Znajdując ekstremum tej zależności otrzymamy znaną już postać (porównaj z (2.43)):

$$t_m = \frac{1}{s_1 - s_2} \ln \frac{s_2}{s_1} \quad (2.50)$$

$$I_t(t_m) = I_{t \max} = I_{tb} + \frac{I_{tz} - I_{tb}}{T_t(s_1 - s_2)} \left(e^{\frac{s_1}{s_1 - s_2} \ln \frac{s_2}{s_1}} - e^{\frac{s_2}{s_1 - s_2} \ln \frac{s_2}{s_1}} \right)$$

Podobnie znajdziemy równanie prędkości silnika:

$$U(s) = \frac{U}{s}; \quad M_b(s) = \frac{M_b}{s}; \quad I_t(0) = I_{tb}; \quad \omega(0) = 0$$

$$\omega(s) = \frac{U}{k\Phi \cdot s \cdot M(s)} - \frac{R(1 + sT_t)M_b}{(k\Phi)^2 \cdot s \cdot M(s)} + \frac{R \cdot T_t \cdot I_{tb}}{k\Phi \cdot M(s)} \quad (2.51)$$

Podstawiając:

$$\omega_b = \frac{U}{k\Phi} - \frac{R}{(k\Phi)^2} M_b; \quad \frac{R}{(k\Phi)^2} M_b = \frac{R}{k\Phi} I_{tb}$$

otrzymamy:

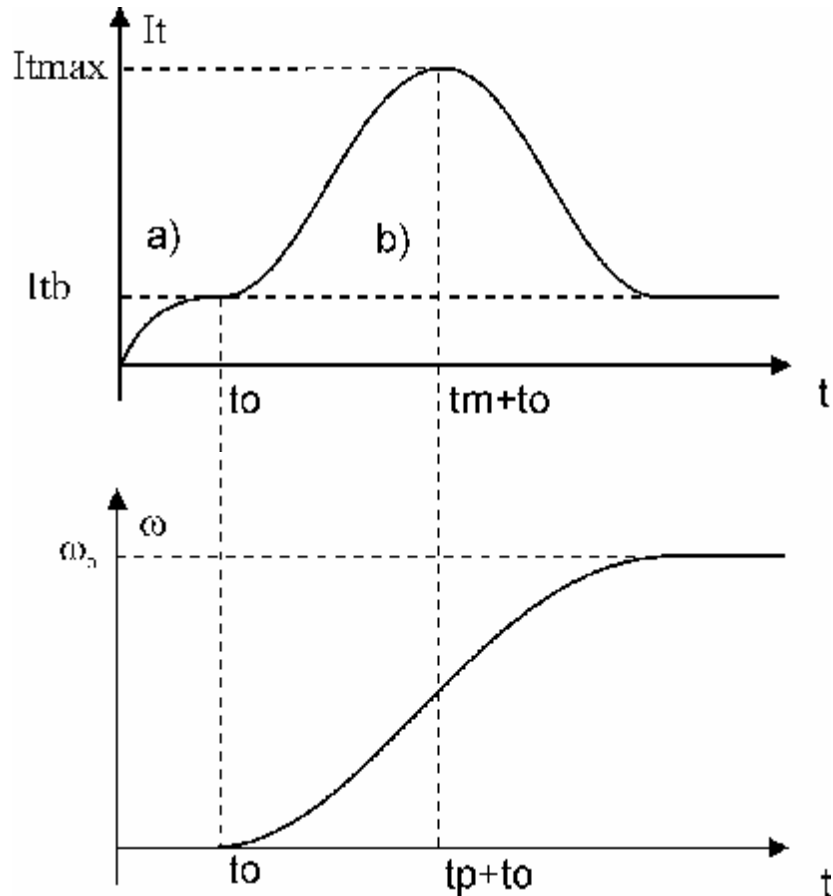
$$\omega(s) = \frac{\omega_b}{s \cdot M(s)} = \frac{\omega_b}{s \cdot T_m \cdot T_t \cdot (s - s_1)(s - s_2)} \quad (2.52)$$

Postać tego równania jest analogiczna jak przy rozruchu jałowym, więc:

$$\omega(t) = \omega_b \left[1 + \frac{1}{s_1 - s_2} \left(s_2 \cdot e^{s_1 \cdot t} - s_1 \cdot e^{s_2 \cdot t} \right) \right] \quad (2.53)$$

oraz

$$t_p = \frac{1}{s_1 - s_2} \ln \frac{s_2}{s_1} = t_m \quad (2.54)$$



Rozruch silnika przy momencie aktywnym:

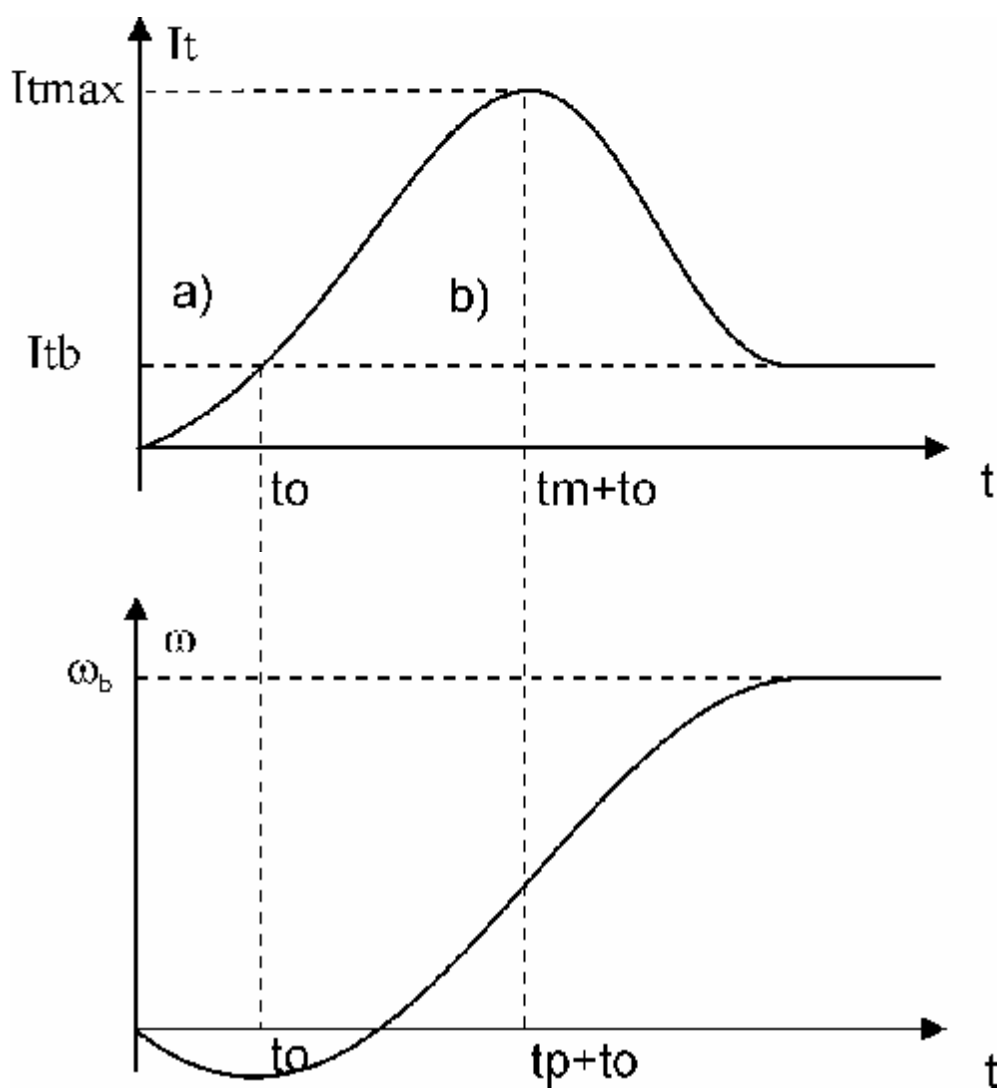
Zanim moment elektromagnetyczny rozwijany przez silnik nie stanie się większy od aktywnego momentu oporowego M_b silnik może obracać się w kierunku przeciwnym do zamierzonego.

Równania czasowe na prąd i prędkość silnika posiadają następującą postać:

$$I_t(t) = I_{tb} + \frac{1}{s_1 - s_2} \left[\left(\frac{I_{tz}}{T_t} + s_2 \cdot I_{tb} \right) e^{s_1 \cdot t} - \left(\frac{I_{tz}}{T_t} + s_1 \cdot I_{tb} \right) e^{s_2 \cdot t} \right] \quad (2.55)$$

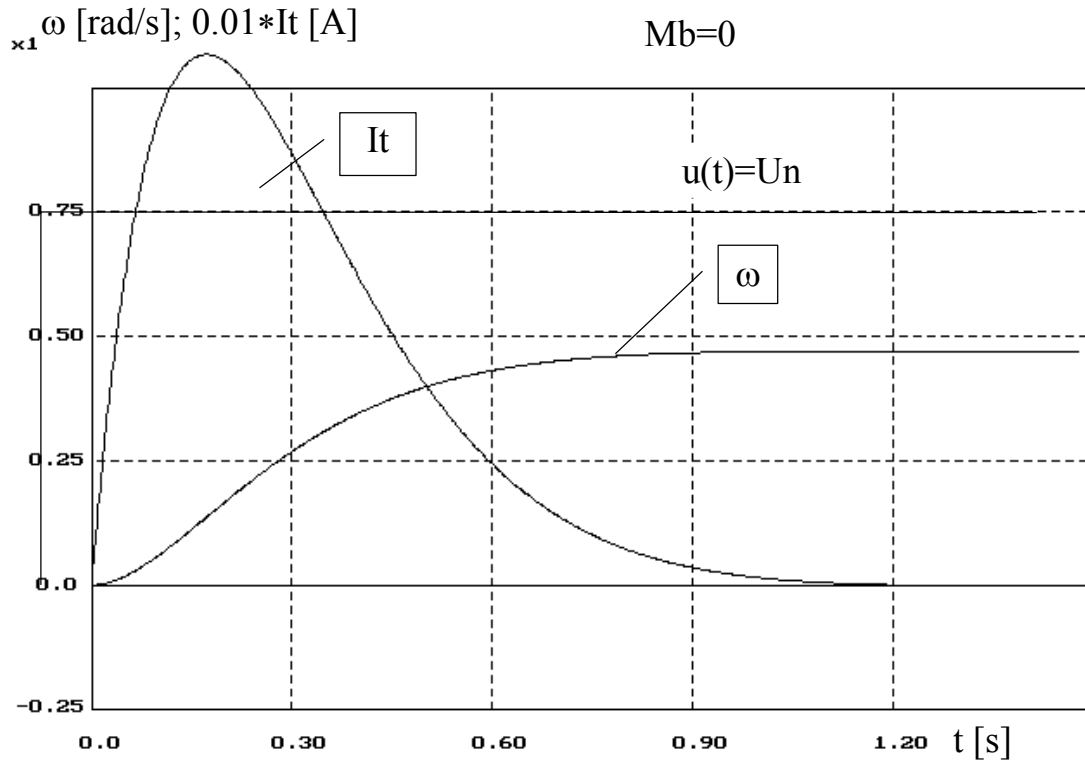
$$\omega(t) = \omega_b \left[1 + \frac{1}{s_1 - s_2} \left(s_2 \cdot e^{s_1 \cdot t} - s_1 \cdot e^{s_2 \cdot t} \right) \right] - \frac{s_1 \cdot s_2 \cdot T_t \cdot \Delta \omega_b}{s_1 - s_2} \left(e^{s_1 \cdot t} - e^{s_2 \cdot t} \right) \quad (2.56)$$

Poniżej przedstawione są przebiegi uzyskane w drodze symulacji cyfrowej dla rozważanych przypadków.

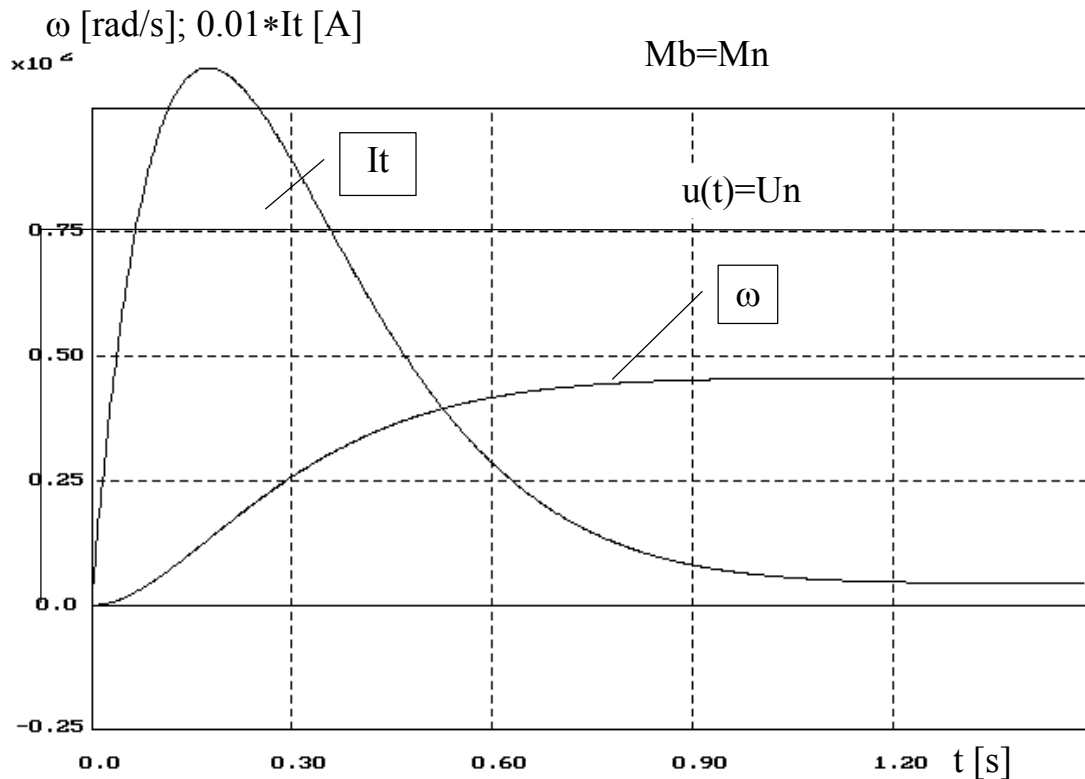


Rozruch silnika przy momencie aktywnym

Napęd elektryczny



ADAM SOLBUT GPS v1.0 1994



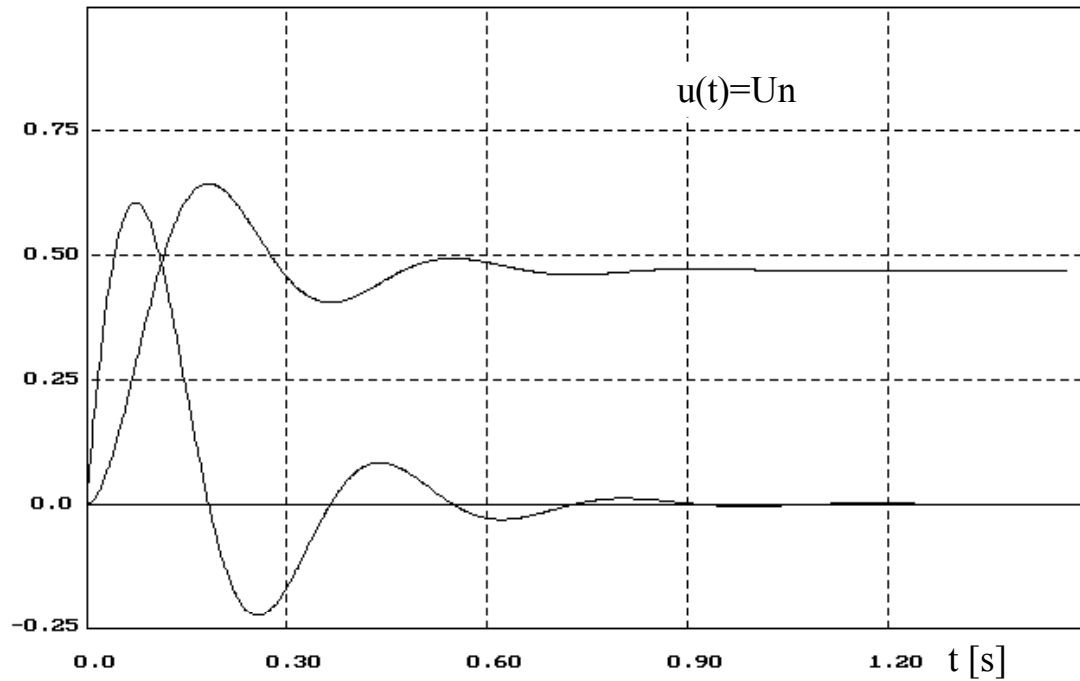
ADAM SOLBUT GPS v1.0 1994

SILNIK OBCOWZBUDNY PRĄDU STAŁEGO TYPU D818 Pn=185 kW; nn=435/870 obr/min;
Un=440V; Itn=460A; Rtc=0.0293Ω; Ltc=2.7mH; J=46kgm²; kΦ=9.363Vs/rad; Mn=4300Nm

Napęd elektryczny

$\times 10 \omega$ [rad/s]; $0.01 \cdot I_t$ [A]

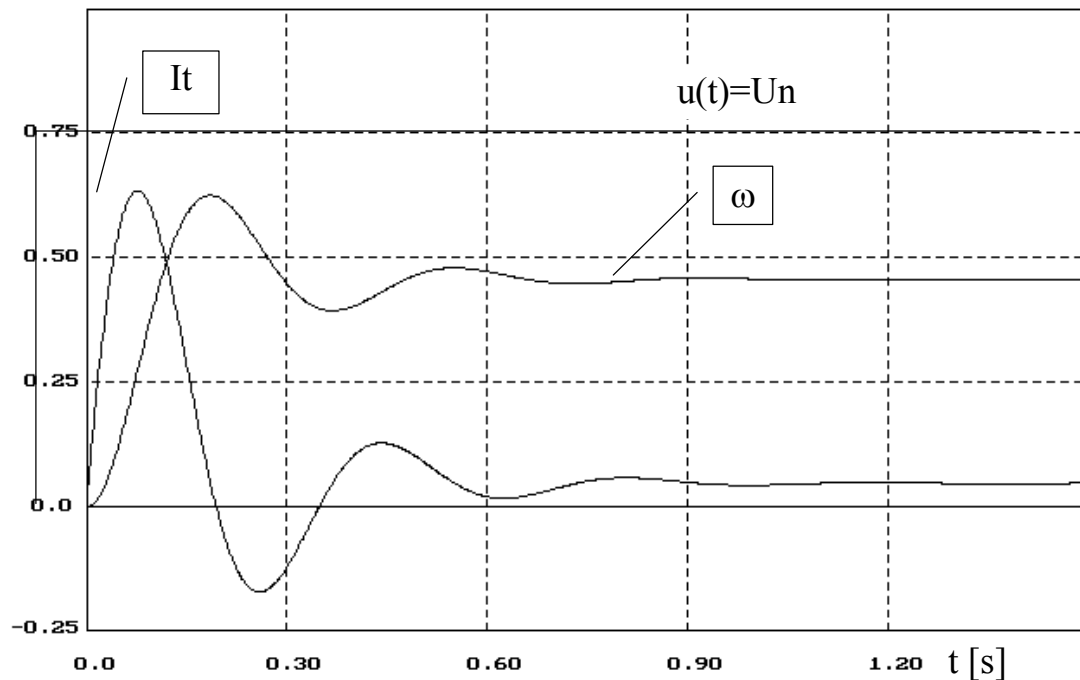
$M_b = 0$



ADAM SOLBUT GPS v1.0 1994

$\times 10 \omega$ [rad/s]; $0.01 \cdot I_t$ [A]

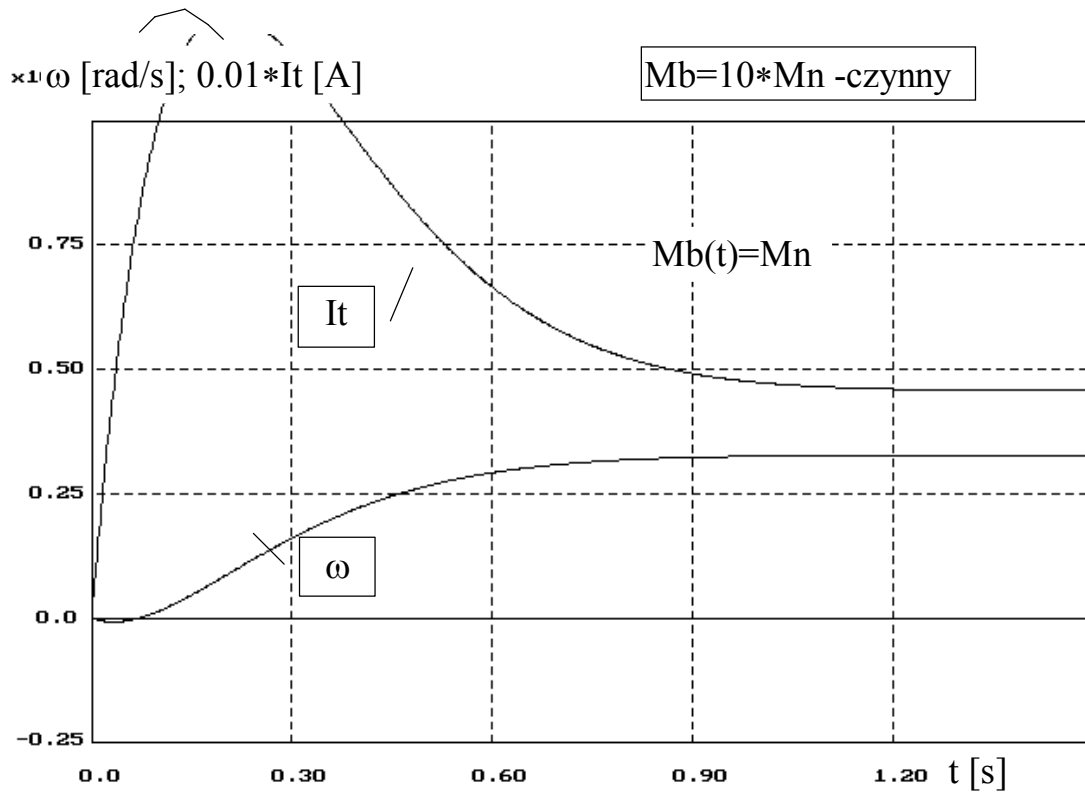
$M_b = M_n$



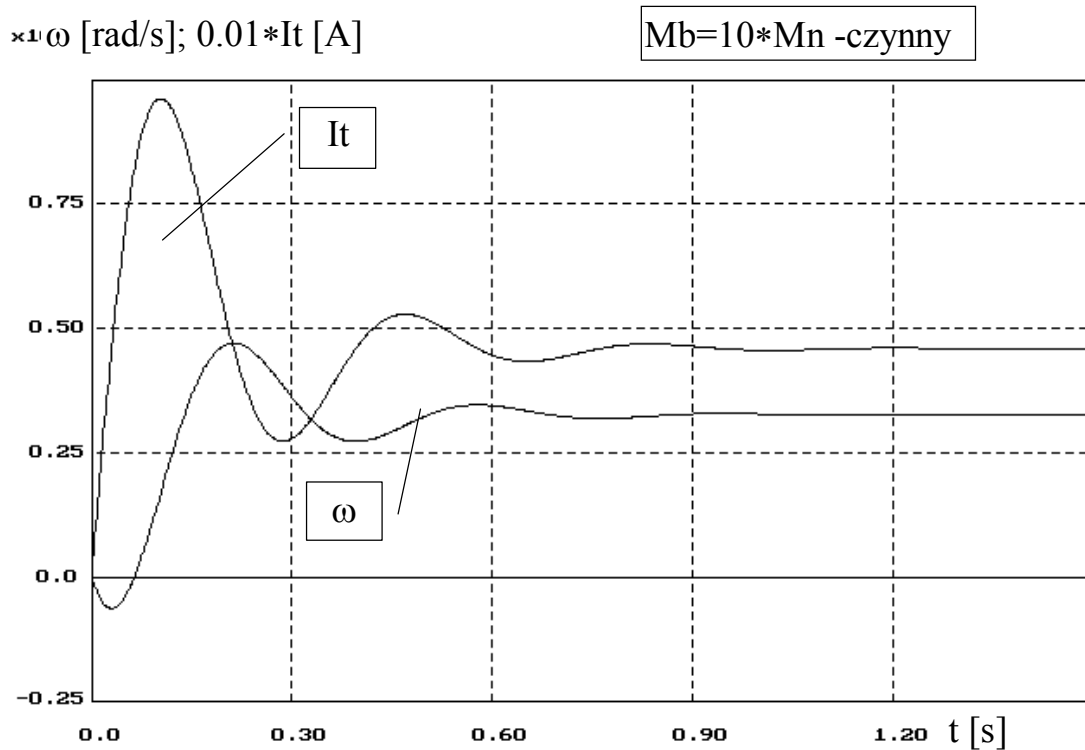
ADAM SOLBUT GPS v1.0 1994

SILNIK OBCOWZBUDNY PRĄDU STAŁEGO TYPU D818 $P_n = 185$ kW; $n_n = 435/870$ obr/min;
 $U_n = 440$ V; $I_{tn} = 460$ A; $R_{tc} = 0.0293 \Omega$; $L_{tc} = 2.7$ mH; $J = 46$ kgm²; $k\Phi = 9.363$ Vs/rad; $M_n = 4300$ Nm

Napęd elektryczny



ADAM SOLBUT GPS v1.0 1994

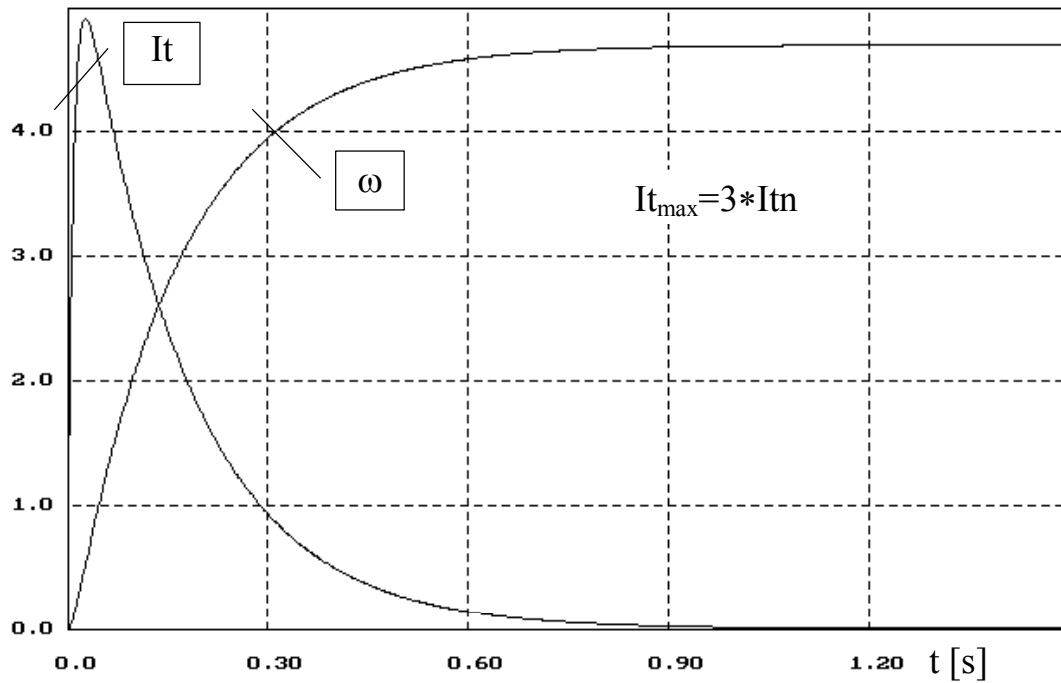


ADAM SOLBUT GPS v1.0 1994

SILNIK OBCOWZBUDNY PRĄDU STAŁEGO TYPU D818 $P_n = 185$ kW; $n_n = 435/870$ obr/min;
 $U_n = 440$ V; $I_{tn} = 460$ A; $R_{tc} = 0.0293 \Omega$; $L_{tc} = 2.7$ mH; $J = 46$ kgm²; $k\Phi = 9.363$ Vs/rad; $M_n = 4300$ Nm

$\times 1$ ω [rad/s]; $0.04 \cdot I_t$ [A]

$M_b=0$; $U_t=U_n$; $R_{tc}=0.319\Omega$



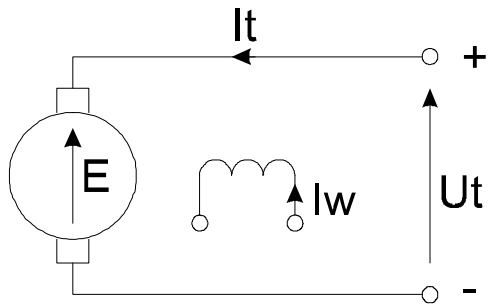
ADAM SOLBUT GPS v1.0 1994

SILNIK OBCOWZBUDNY PRĄDU STAŁEGO TYPU D818 $P_n=185$ kW; $n_n=435/870$ obr/min;
 $U_n=440$ V; $I_{t_n}=460$ A; $R_{tc}=0.0293\Omega$; $L_{tc}=2.7$ mH; $J=46$ kgm²; $k\Phi=9.363$ Vs/rad; $M_n=4300$ Nm

Przykład rozruchu przy pominięciu elektromagnetycznej stałej czasowej

Hamowanie silnika obcowzbudnego prądu stałego

1. Hamowanie dynamiczne

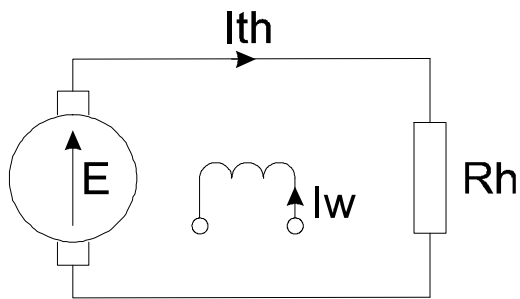


R_{tc} (L_{tc})

Po przejściu na hamowanie

$$\omega_s = \frac{U_t - R_{tc} \cdot I_t}{k\Phi}$$

$$I_t = \frac{U_t - E}{R_{tc}} = \frac{U_t - \omega_s k\Phi}{R_{tc}}$$

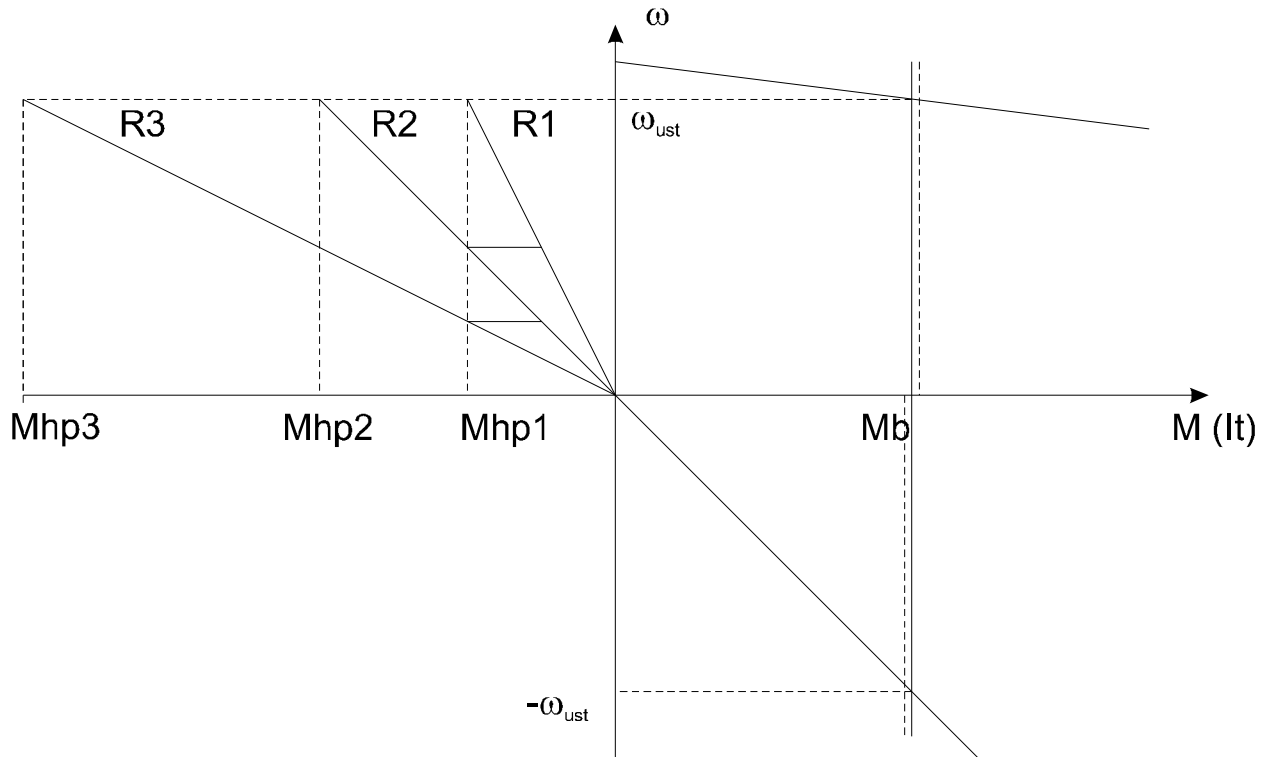


R_{tc} (L_{tc})

$$I_{th} = \frac{-E}{R_{tc} + R_h}, \text{ gdyż } U=0$$

$$M_h = k\Phi \cdot I_{th} = -\frac{(k\Phi)^2 \cdot \omega}{R_{tc} + R_h}$$

Napęd elektryczny



gdzie: $R1 > R2 > R3$

$$R_h = \frac{-E}{I_{th \max}} - R_{tc} = \frac{-\omega \cdot k\Phi}{I_{th \max}} - R_{tc}$$

przy czym: $I_{th \max} = (2 \div 3) I_{tn}$

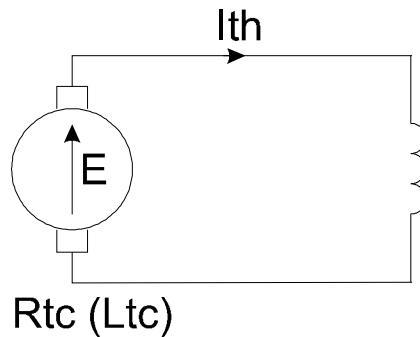
Uwaga! Prąd **I_{th}** jest **ujemny!**

Możemy stopniować rezystancję hamowania zmieniając R_h .

Tak pracujący napęd może też być wykorzystywany do opuszczania ciężarów. Silnik wtedy pracuje jako prądnicą obcowzbudna obciążona rezystancją.

Przy hamowaniu dynamicznym i biernym momencie oporowym silnik zatrzyma się samoistnie, bez stosowania żadnych dodatkowych zabiegów.

Możliwe też jest hamowanie dynamiczne awaryjne. Stosuje się je do hamowania układu przy zaniku napięcia zasilającego.



Stany przejściowe podczas hamowania dynamicznego

Ponieważ w czasie hamowania włączana jest w obwód twornika rezystancja dodatkowa R_h , więc elektromagnetyczną stałą czasową T_t możemy pominąć:

$$M_b = \text{const.}$$

$$\omega(t) = \omega_b (1 - e^{-t/T_m}) + \omega_p e^{-t/T_m}$$

$$I_t(t) = I_b (1 - e^{-t/T_m}) + I_p e^{-t/T_m}$$

$$\begin{aligned} \omega_b &= 0 & I_b &= 0 \\ \omega_p &= \omega_{sb} & I_p &= I_{th\max} \end{aligned}$$

$$\omega_{sb} = \frac{U_t - R_{tc} \cdot I_{tsb}}{k\Phi} > 0 \qquad I_{th\max} = \frac{-E}{R_{tc} + R_h} < 0$$

Ostatecznie równania przyjmą postać:

$$\omega(t) = \omega_{sb} \cdot e^{-t/T_m} \qquad I_t(t) = -\frac{E}{R_{tc} + R_h} \cdot e^{-t/T_m}$$

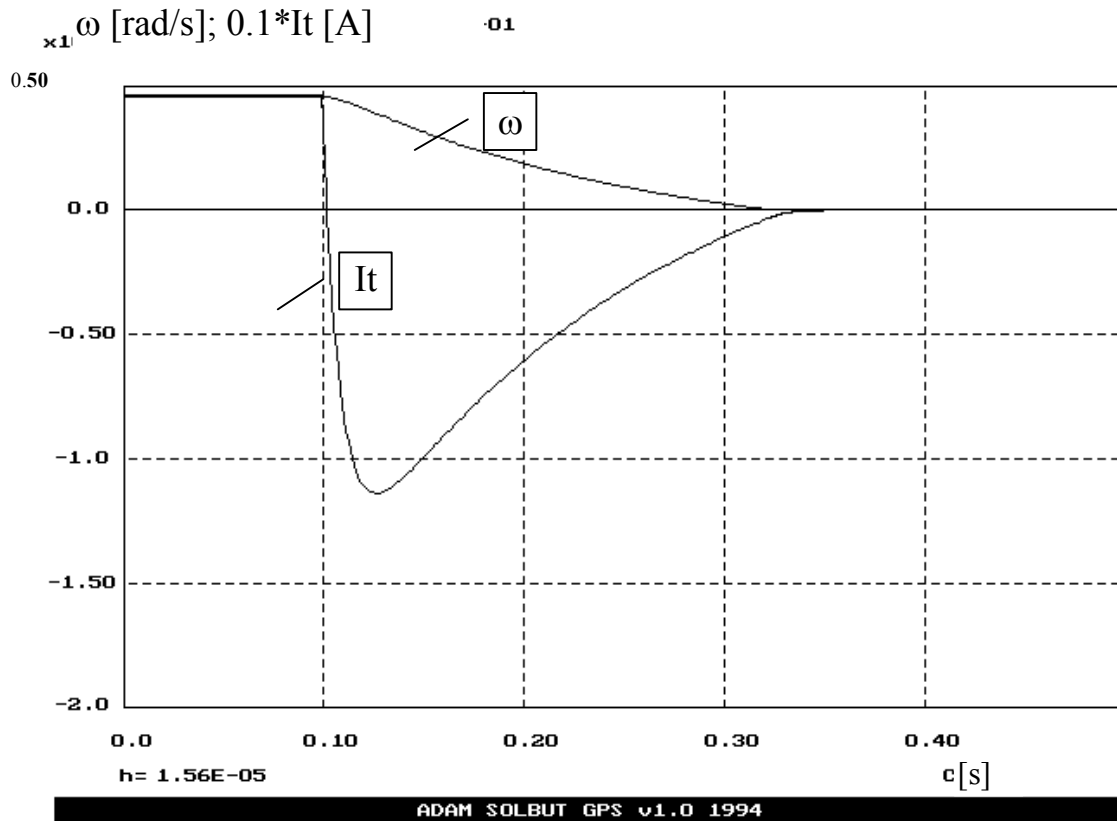
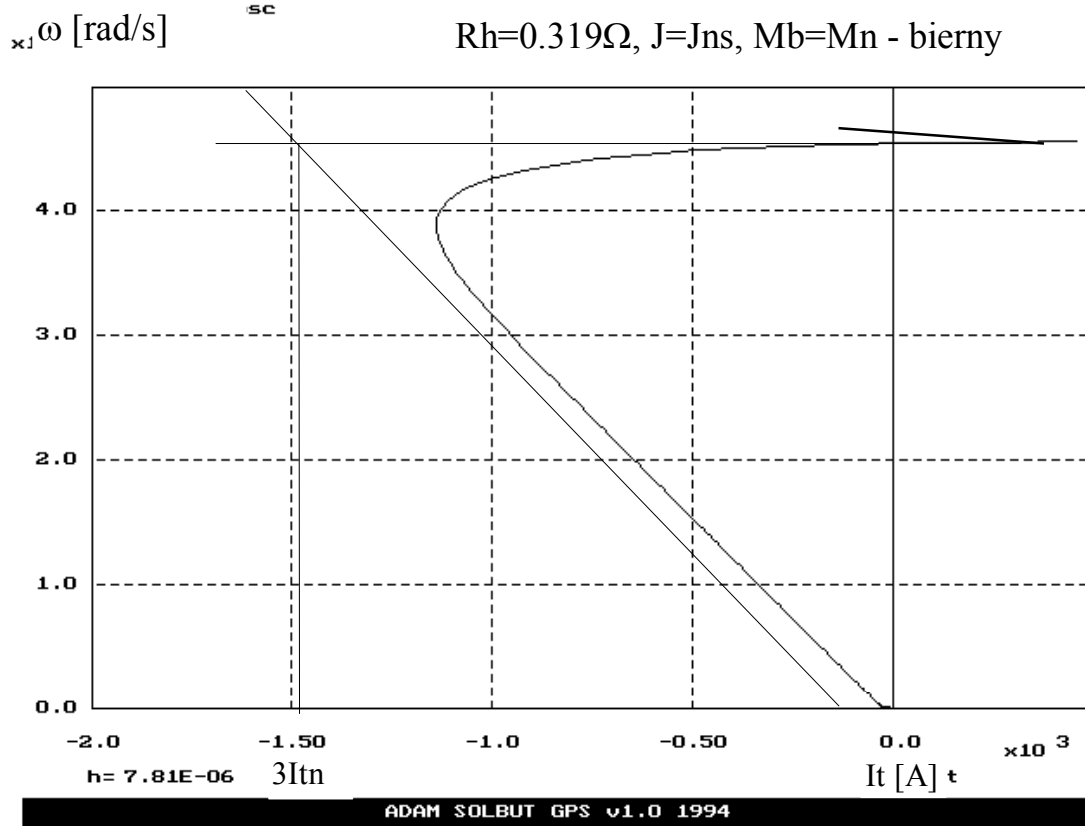
$$T_m = \frac{J (R_{tc} + R_h)}{(k\Phi)^2}$$

(patrz foliogramy z symulacjami)

Napęd elektryczny

Hamowanie dynamiczne

$R_h=0.319\Omega$, $J=J_{ns}$, $M_b=M_n$ - bierny



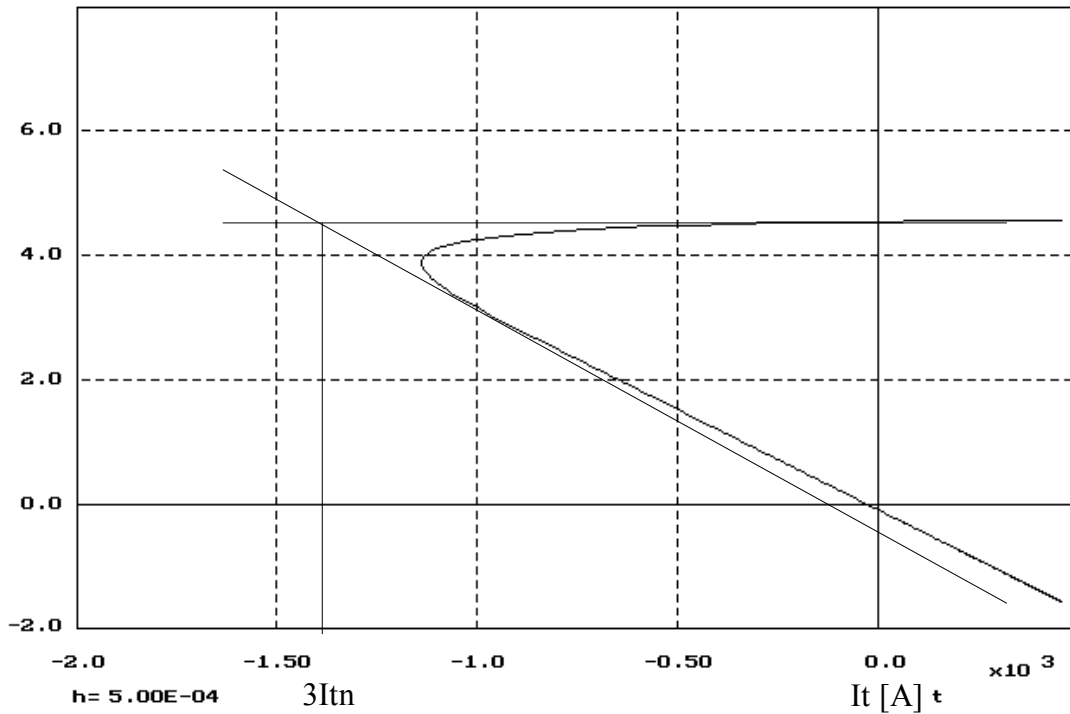
SILNIK OBCOWZBUDNY PRĄDU STAŁEGO TYPU D818 $P_n=185$ kW; $n_n=435/870$ obr/min;
 $U_n=440$ V; $I_{tn}=460$ A; $R_{tc}=0.0293\Omega$; $L_{tc}=2.7$ mH; $J=46$ kgm²; $k\Phi=9.363$ Vs/rad; $M_n=4300$ Nm

Napęd elektryczny

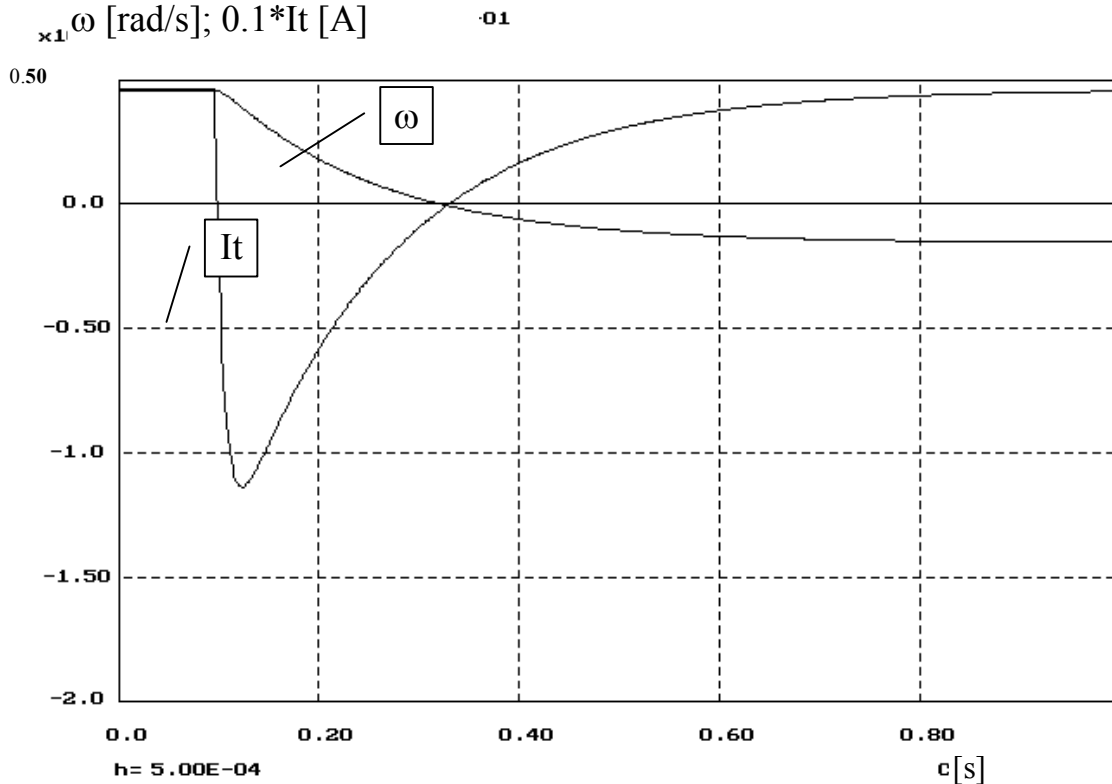
Hamowanie dynamiczne

$R_h=0.319\Omega$, $J=J_{ns}$, $M_b=M_n$ - czynny

ω [rad/s]

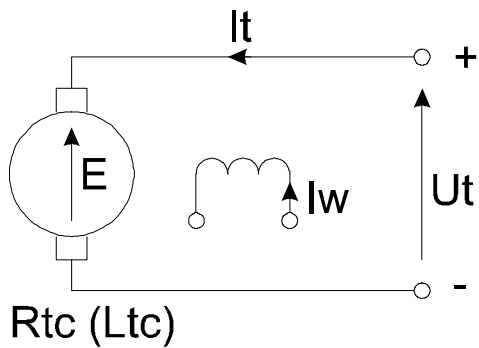


ω [rad/s]; $0.1 \cdot I_t$ [A]



SILNIK OBCOWZBUDNY PRĄDU STAŁEGO TYPU D818 $P_n=185$ kW; $n_n=435/870$ obr/min;
 $U_n=440$ V; $I_{tn}=460$ A; $R_{tc}=0.0293\Omega$; $L_{tc}=2.7$ mH; $J=46$ kgm²; $k\Phi=9.363$ Vs/rad; $M_n=4300$ Nm

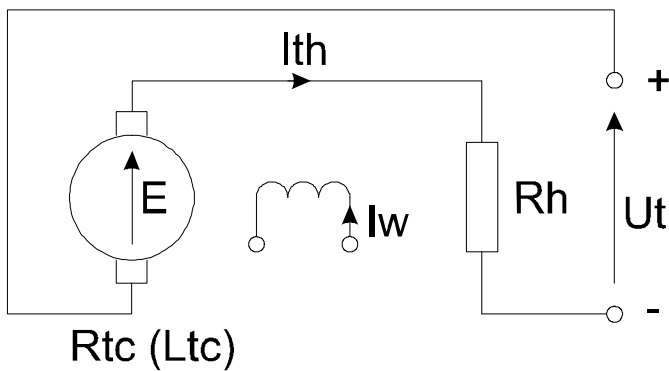
2. Hamowanie przeciwwłóceniem (przeciwprądem)



$$\omega_s = \frac{U_t - R_{tc} \cdot I_t}{k\Phi}$$

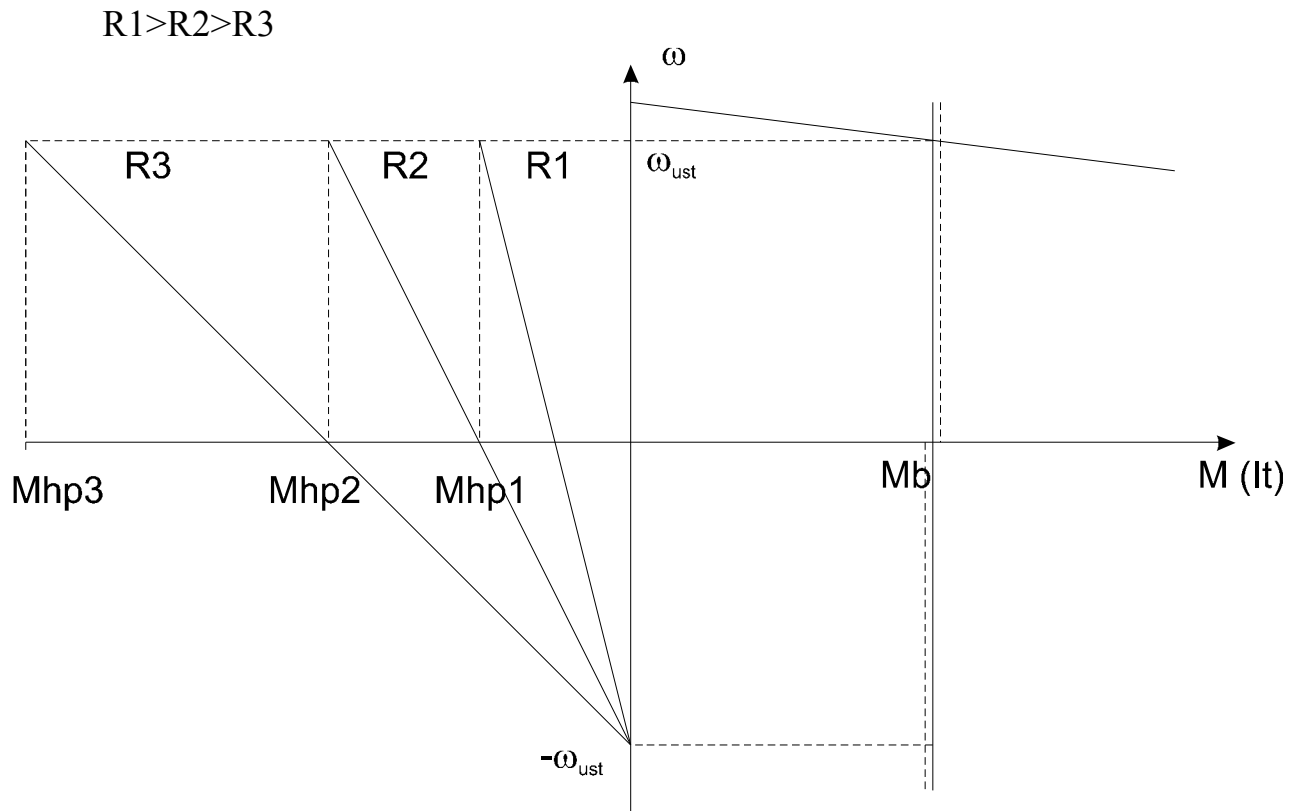
$$I_t = \frac{U_t - E}{R_{tc}} = \frac{U_t - \omega_s k\Phi}{R_{tc}}$$

Po przejściu na hamowanie



$$I_{th} = \frac{-U_t - E}{R_{tc} + R_h} = \frac{-U_t - k\Phi \omega_s}{R_{tc} + R_h}$$

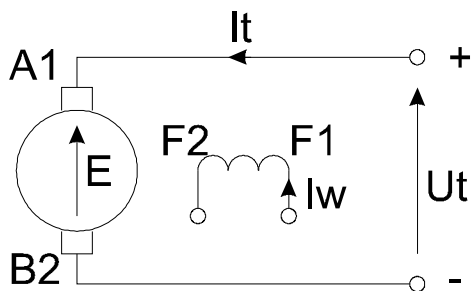
$$I_{th \max} = (2 \div 3) I_{tn}$$



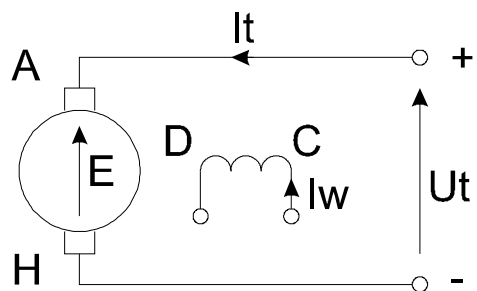
Przy hamowaniu przeciwwłaczeniem silnik sam się nie zatrzyma po osiągnięciu zerowej prędkości, chyba że bierny moment oporowy będzie większy od momentu rozwijanego przez silnik.

W przypadku aktywnego momentu oporowego istnieje niebezpieczeństwo ustalenia się prędkości dużo większej od prędkości biegu jałowego. Z tego powodu po zahamowaniu silnika należy wyłączyć silnik.

Oznaczenia zacisków silnika:



oznaczenia nowe



oznaczenia starsze

Rozpatrując stany przejściowe przy hamowaniu przeciwwłączeniem w obliczeniach inżynierskich z powodzeniem możemy pominąć stałą czasową T_t :

$$\omega(t) = \omega_b (1 - e^{-t/T_m}) + \omega_p e^{-t/T_m}$$

$$I_t(t) = I_b (1 - e^{-t/T_m}) + I_p e^{-t/T_m}$$

$M_b = \text{const.}$ (czynny)

$$\omega_p = \omega_{bs1} = \frac{U_t - R_{tc} \cdot I_{tsb}}{k\Phi} > 0; \quad I_p = I_{th\max} = \frac{-U_t - k\Phi \omega_{bs1}}{R_{tc} + R_h} < 0$$

$$\omega_b = \omega_{bs2} = \frac{-U_t - (R_{tc} + R_h) \cdot I_{tsb}}{k\Phi} < 0 \quad I_b = I_{tb} = \frac{M_b}{k\Phi} > 0$$

$$\omega(t) = \omega_{bs2} (1 - e^{-t/T_m}) + \omega_{bs1} e^{-t/T_m}$$

$$I_t(t) = I_{tb} (1 - e^{-t/T_m}) + I_{th\max} e^{-t/T_m}$$

$$T_m = \frac{J (R_{tc} + R_h)}{(k\Phi)^2}$$

Przy $M_b = 0$

$$\omega_p = \omega_o \quad I_p = I_{th\max} = \frac{-U_t - k\Phi \omega_o}{R_{tc} + R_h} = -\frac{2U_t}{R_{tc} + R_h} < 0$$

$$\omega_b = -\omega_o = \frac{-U_t}{k\Phi} < 0 \quad I_b = 0$$

wtedy:

$$\omega(t) = -\omega_o (1 - e^{-t/T_m}) + \omega_o e^{-t/T_m} = (2e^{-t/T_m} - 1)\omega_o$$

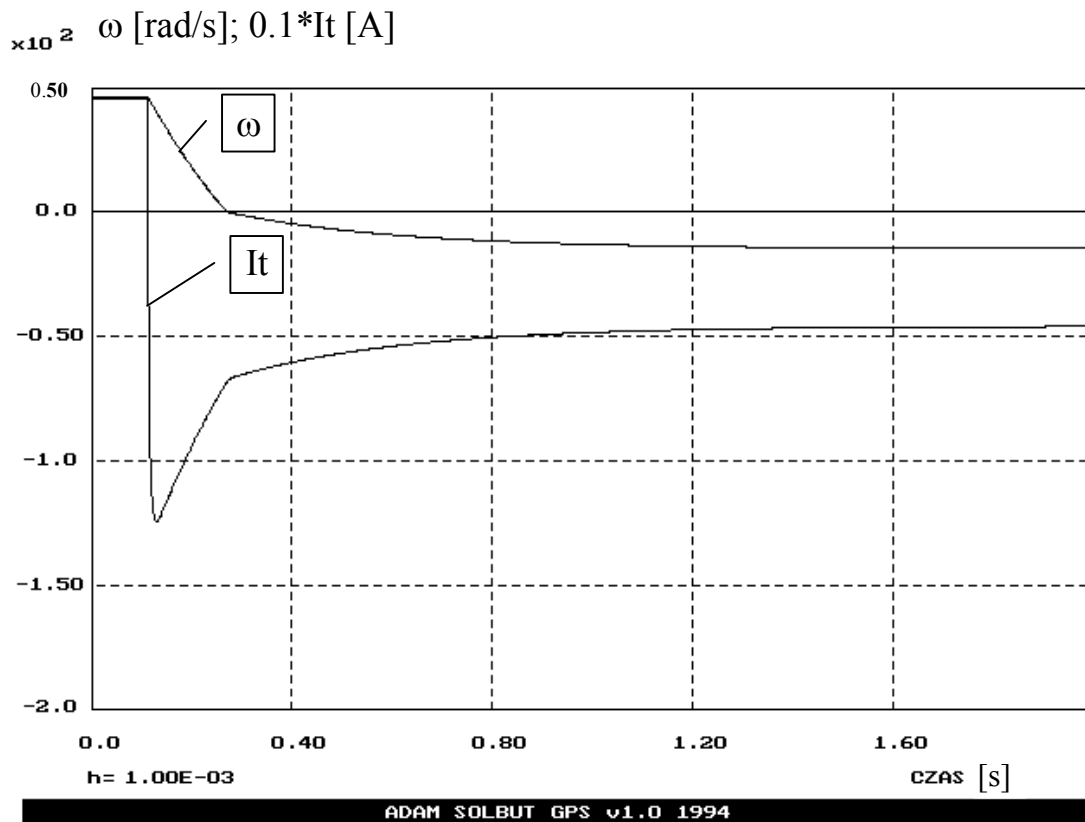
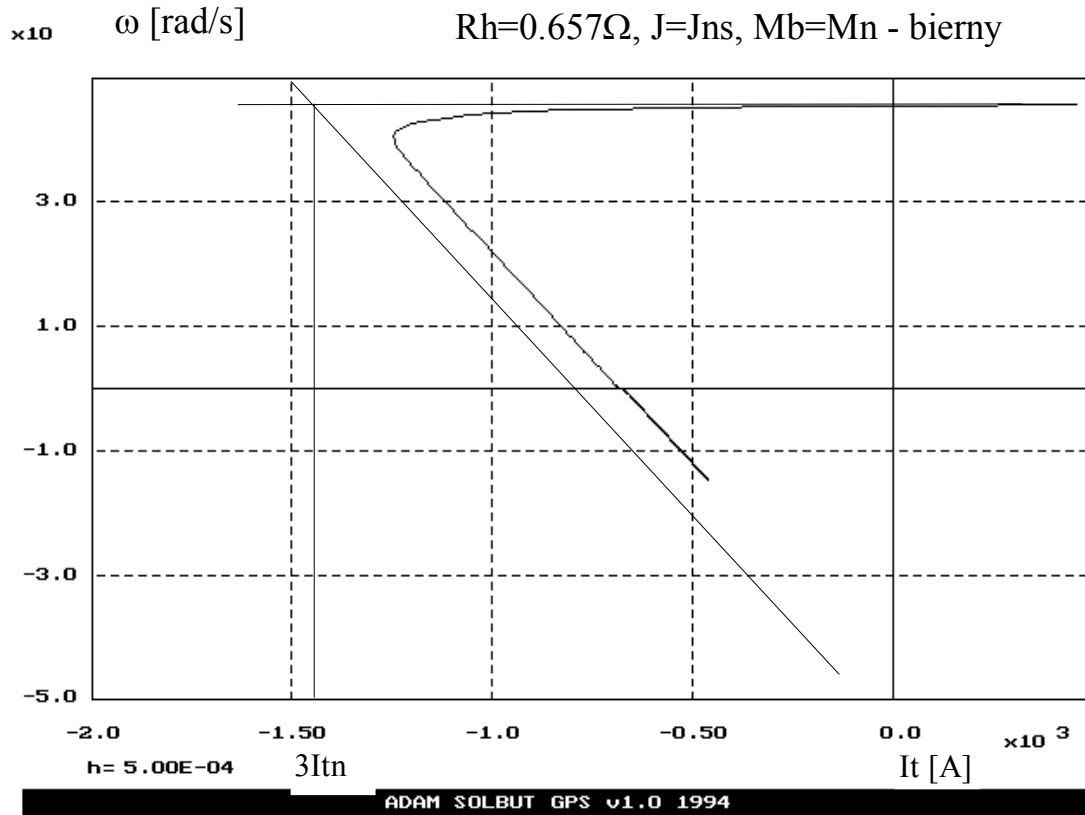
$$I_t(t) = -\frac{2U_t}{R_{tc} + R_h} e^{-t/T_m}$$

$$T_m = \frac{J (R_{tc} + R_h)}{(k\Phi)^2}$$

Napęd elektryczny

Hamowanie przeciwwłóceniem

$R_h=0.657\Omega$, $J=J_{ns}$, $M_b=M_n$ - bierny



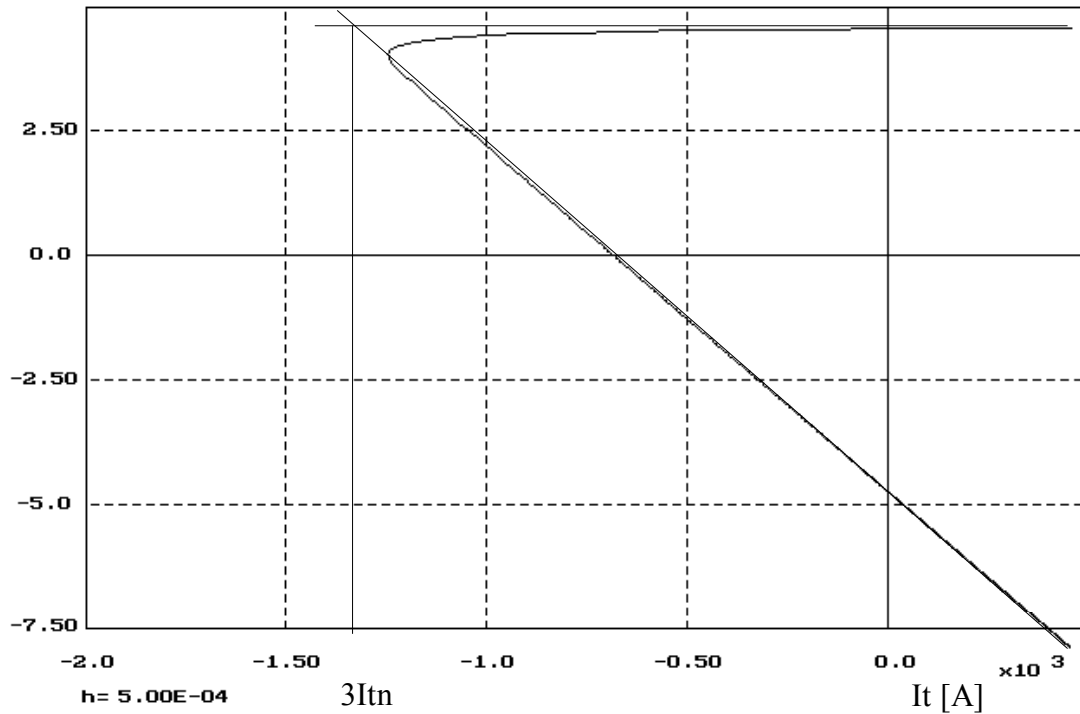
SILNIK OBCOWZBUDNY PRĄDU STAŁEGO TYPU D818 $P_n=185$ kW; $n_n=435/870$ obr/min;
 $U_n=440$ V; $I_{tn}=460$ A; $R_{tc}=0.0293\Omega$; $L_{tc}=2.7$ mH; $J=46$ kgm²; $k\Phi=9.363$ Vs/rad; $M_n=4300$ Nm

Napęd elektryczny

Hamowanie przeciwwłazaniem

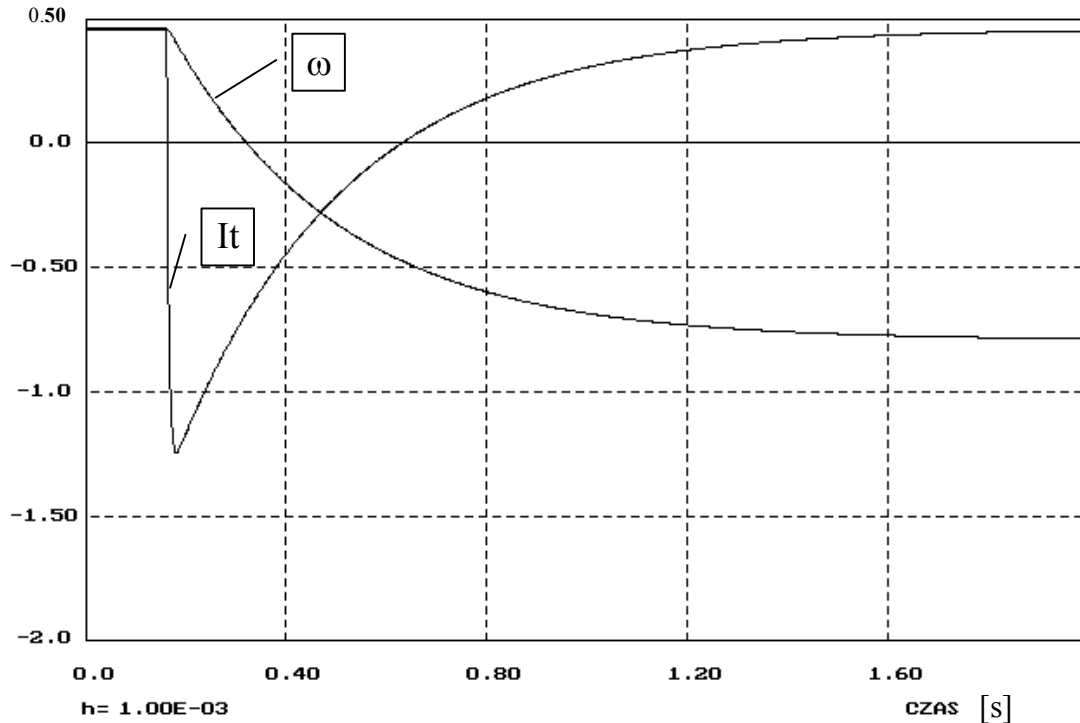
$R_h=0.657\Omega$, $J=J_{ns}$, $M_b=M_n$ - czynny

$\times 10$ ω [rad/s]



ADAM SOLBUT GPS v1.0 1994

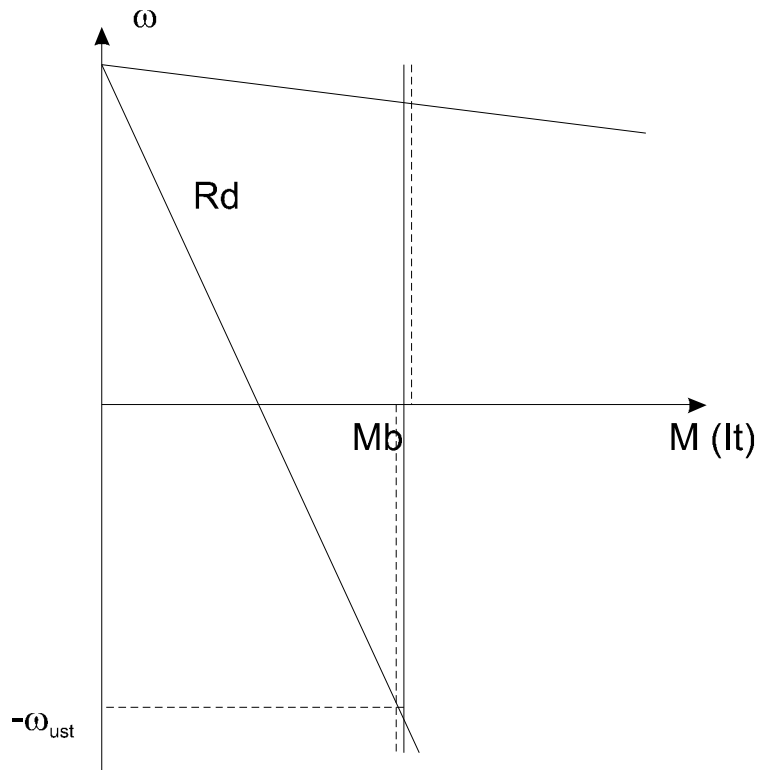
$\times 10^2$ ω [rad/s]; $0.1 \cdot I_t$ [A]



ADAM SOLBUT GPS v1.0 1994

SILNIK OBCOWZBUDNY PRĄDU STAŁEGO TYPU D818 $P_n=185$ kW; $n_n=435/870$ obr/min;
 $U_n=440$ V; $I_{tn}=460$ A; $R_{tc}=0.0293\Omega$; $L_{tc}=2.7$ mH; $J=46$ kgm²; $k\Phi=9.363$ Vs/rad; $M_n=4300$ Nm

Układ hamowania przeciwprądem może służyć do opuszczania ciężarów z małą prędkością.



Hamowanie takie powoduje, iż silnik pobiera moc elektryczną z sieci zasilającej oraz moc mechaniczną od maszyny roboczej. Część pobranej mocy wydzielana jest w rezystorze R_d , pozostała część w tworniku silnika. Z tego powodu przy długotrwałym, czy częstym hamowaniu (opuszczaniu) wymagane jest chłodzenie obce silnika.

Statyczne cechy obcowzbudnego silnika prądu stałego

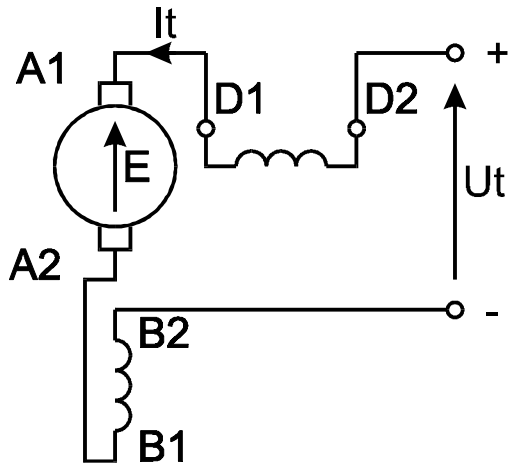
Charakterystyka mechaniczna:

$$\omega = \frac{U_t - R_{tc} I_t}{k\Phi} \quad \text{przy czym} \quad I_t = \frac{M}{k\Phi} \quad \omega_n = \frac{U_{tn} - R_{tc} I_{tn}}{k\Phi_n}$$

Wyznaczanie rezystancji twornika:

$$R_{tc} = 0,5 \cdot \frac{U_{tn}}{I_{tn}} (1 - \eta_n) \quad \text{przy założeniu, iż } \Delta P_{Cun} = 50\% \Delta P_n$$

Silnik szeregowy prądu stałego



$$I_t = I_w$$

Wyznaczanie rezystancji twornika:

$$R_{tc} = 0,75 \cdot \frac{U_{tn}}{I_{tn}} (1 - \eta_n)$$

przy założeniu, iż $\Delta P_{Cun} = 75\% \Delta P_n$

Silnik szeregowy jest opisany następującym układem równań:

$$\begin{cases} U(t) = E(t) + I(t) \cdot R_{tc} + L \frac{dI(t)}{dt} \\ J \frac{d\omega(t)}{dt} = M(t) - Mb(t) \end{cases}$$

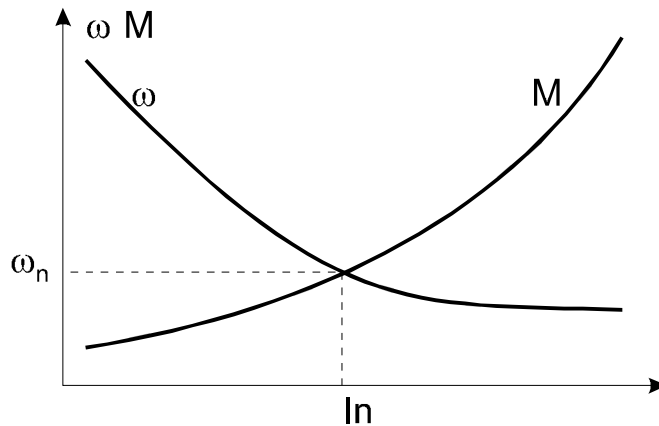
gdzie:

L – całkowita indukcyjność obwodu twornika

$E(t) = k\Phi(I) \cdot \omega(t)$

W stanie ustalonym $\frac{dI(t)}{dt} = 0$ oraz $\frac{d\omega(t)}{dt} = 0$, więc

$$\omega = \frac{U}{k\Phi(I)} - \frac{I \cdot R_{tc}}{k\Phi(I)} = \frac{U}{k\Phi(I)} - \frac{M}{[k\Phi(I)]^2} \cdot R_{tc}$$



Zwykle jednoznacznie nie możemy wyznaczyć tych charakterystyk, gdyż nie znamy krzywej magnesowania.

Ze względu na przebieg charakterystyk silniki szeregowo prądu stałego znalazły zastosowanie w trakcji elektrycznej (tramwaje, trolejbusy, pociągi elektryczne, elektrowozy, urządzenia wyciągowe dużej mocy, wózki akumulatorowe, samochody elektryczne).

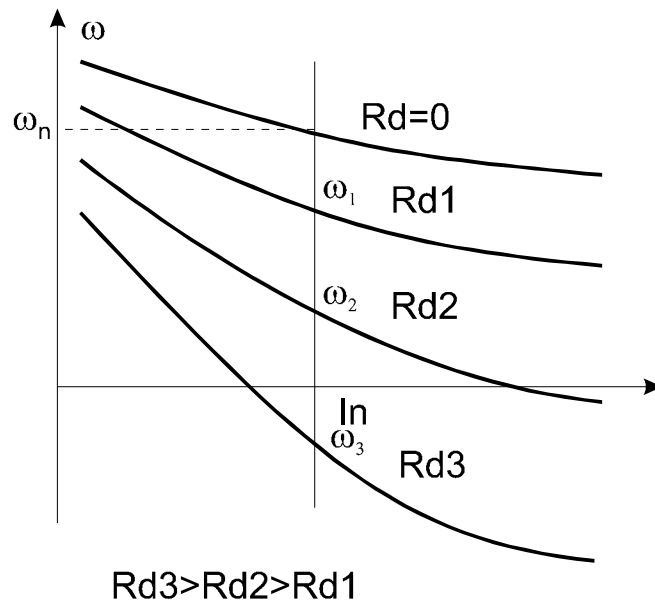
Zakres stosowanych mocy od setek watów do kilku-, kilkunastu megawatów.

Charakterystyki sztuczne uzyskujemy poprzez regulację U_t lub wtrącanie w obwód twornika rezystancji dodatkowych. Możliwe jest także osłabianie strumienia poprzez bocznikowanie rezystancją szeregowego uzwojenia wzbudzenia maszyny.

Ponieważ dla tego silnika nie możemy jednoznacznie wyznaczyć zależności analitycznych określających charakterystyki mechaniczne, w katalogach są zamieszczane charakterystyki $\omega=f(I)$ oraz $M=f(I)$ i w oparciu o nie przeprowadza się obliczenia.

Te charakterystyki uwzględniają reakcję twornika stanowiąc lepszą bazę do obliczeń.

Charakterystyki sztuczne silnika szeregowego



W celu obliczenia R_d z charakterystyki katalogowej (na charakterystyce naturalnej) dla żądanej wartości momentu M_x znajdujemy odpowiadający mu prąd I_x oraz prędkość ω_{nx} . Rezystancję dodatkową obliczamy zaś z zależności:

$$R_d = \left(\frac{U_{tn}}{I_x} - R_{tc} \right) \left(1 - \frac{\omega_x}{\omega_{nx}} \right).$$

Dowód słuszności zależności jest następujący:

$$M_x = k\Phi(I_x) \cdot I_x$$

Dla charakterystyki naturalnej, z katalogu mamy:

$$\omega_{nx} = \frac{U_{tn}}{k\Phi(I_x)} - \frac{I_x \cdot R_{tc}}{k\Phi(I_x)}$$

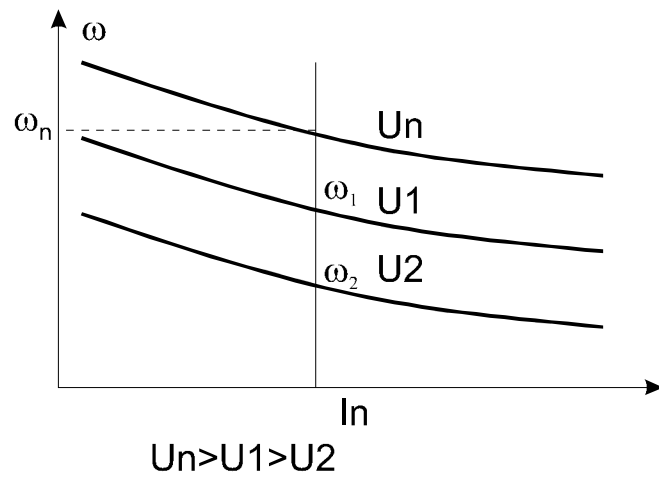
dla charakterystyki sztucznej zaś:

$$\omega_x = \frac{U_{tn}}{k\Phi(I_x)} - \frac{I_x \cdot (R_{tc} + R_d)}{k\Phi(I_x)}$$

dzieląc te równania stronami otrzymamy:

$$\frac{\omega_x}{\omega_{nx}} = \frac{U_{tn} - I_x \cdot (R_{tc} + R_d)}{U_{tn} - I_x \cdot R_{tc}} \quad \text{i po wyznaczeniu } R_d \text{ otrzymamy:}$$

$$R_d = \left(\frac{U_{tn}}{I_x} - R_{tc} \right) \left(1 - \frac{\omega_x}{\omega_{nx}} \right)$$



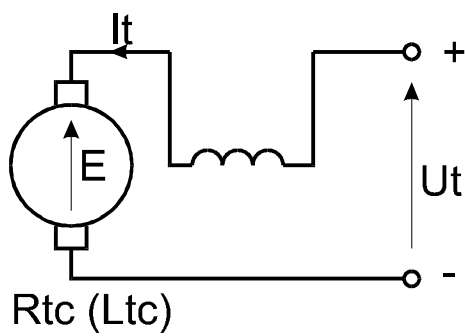
Przy regulacji napięciem mamy:

$$\omega_x = \frac{U_{tx}}{k\Phi(I)} - \frac{I \cdot R_{tc}}{k\Phi(I)}$$

Hamowanie silnika szeregowego

Dynamiczne – analogicznie jak dla silnika obcowzbudnego prądu stałego, z tym że obwód wzbudzenia zasilamy z obcego źródła.

Hamowanie przeciwwłóceniem:



Po przejściu na hamowanie

