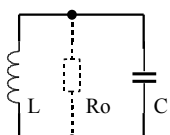


Artykuł poświęcony jest własnościom równoległego obwodu rezonansowego, który jest podstawowym ogniwnem filtrującym i sprzęgającym w układach odbiorczych i nadawczych wielkiej częstotliwości. Podane są podstawowe zależności teoretyczne, wzory obliczeniowe i przykłady.

## Rezonans.

Równoległy obwód rezonansowy składa się z indukcyjności L i pojemności C. Gdy obwód jest w rezonansie, reaktancja indukcyjności  $X_L$  i pojemności  $X_C$  są sobie równe:



$$X_L = X_C \quad \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \quad (1)$$

Stąd można wyprowadzić wzór na pulsację rezonansową  $\omega_0$  i częstotliwość rezonansową  $f_0$ :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad \omega_0 = 2\pi f_0 \quad (2, 3, 4)$$

Wartości L i C wyliczamy ze wzorów:

$$L = \frac{1}{\omega_0^2 C} = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C}, \quad C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 L} \quad (5, 6)$$

Lub ze wzorów praktycznych:

$$L [uH] = \frac{25330}{(F_0 [MHz])^2 C [pF]}, \quad C [pF] = \frac{25330}{(F_0 [MHz])^2 L [uH]} \quad (7, 8)$$

Warunek rezonansu na danej częstotliwości spełnia teoretycznie nieograniczona liczba kombinacji wartości L i C. W praktyce wartości L i C ściśle zależą od wymaganej selektywności obwodu, rezystancji obciążenia i zakresu przestrajania.

## Dobroć.

Bezstratny obwód w rezonansie, miałby nieskończoną rezystancję równoległą. Obwody rzeczywiste są stratne. Straty w obwodzie reprezentuje pokazana na rysunku rezystancja  $R_0$ . W rezonansie, dla prądu zmiennego w.c.z. obwód stanowi rezystancję o wartości  $R_0$ .

Straty powstają w elementach L i C ale przede wszystkim w indukcyjności. Miarą stratności jest dobroć własna obwodu  $Q_0$ , która w praktyce równa jest na ogół dobroci samej cewki. Wielkości  $Q_0$  i  $R_0$  powiązane są zależnością:

$$Q_0 = \frac{R_0}{\omega_0 L} \quad (9)$$

Dobroć obwodu jest ilorazem rezystancji tego obwodu w rezonansie i reaktancji indukcyjności (lub równej jej reaktancji pojemności). Dobroć samej cewki wyraża się tak samo ilorazem równoległej rezystancji strat cewki i jej reaktancji. Schemat zastępczy indukcyjności stratnej to równoległe połączenie indukcyjności L i rezystancji  $R_0$ .

W układach praktycznych, obwody LC pracują zawsze z obciążeniem, które wpływa na ich dobroć. Dobroć obwodu obciążonego to dobroć robocza Q, która jest zawsze mniejsza od dobroci własnej  $Q_0$ .

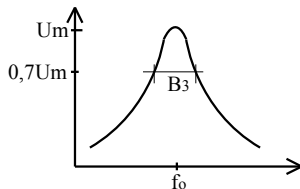
$$Q = \frac{R_w}{\omega_0 L} \quad (10)$$

Rezystancja  $R_w$  jest wypadkową rezystancji własnej obwodu i rezystancji obciążenia.

$$R_w = \frac{RR_0}{R+R_0} \quad (11)$$

### Selektywność.

Pasmo przenoszenia  $B_3$  (na poziomie -3dB) jest związane w następujący sposób z dobrocią obwodu  $Q$ :



$$B_3 = \frac{f_0}{Q} \quad (12)$$

Im większa jest dobroć obwodu, tym mniejsze jest pasmo przenoszenia czyli większa selektywność. W praktyce nie możemy niestety dowolnie zwiększać dobroci roboczej, bo spada wtedy sprawność obwodu. Przy odstrojeniu od częstotliwości rezonansowej tłumienie obwodu rośnie. Tłumienie wyraża się wzorem:

$$A = \frac{U}{U_m} = \sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)^2} \quad (13)$$

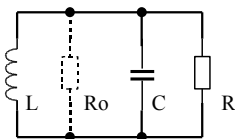
Dla odstrożeń większych od  $3B_3$  możemy stosować wzór uproszczony:

$$A = Q \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) \quad (14)$$

Wzory (13) i (14) podają tłumienie względne. Całkowite tłumienie obwodu będzie większe o wartość tłumienia własnego wynikającego ze stratności obwodu.

### Indukcyjność optymalna.

Indukcyjność optymalną wyliczamy pod kątem uzyskania określonego pasma obwodu, obciążonego znaną rezystancją, na zadanej częstotliwości, ze wzoru (10).



$$L = \frac{R_w}{\omega_0 Q} \quad (15)$$

Rezystancja  $R_w$  we wzorze (15) jest wypadkową rezystancji własnej obwodu  $R_0$  i rezystancji obciążenia  $R$ . W praktyce wychodzimy od dobroci własnej  $Q_0$  (równiej w zasadzie dobroci samej cewki) i rezystancji obciążenia zewnętrznego  $R$ :

$$L = \frac{R}{\omega_0 Q_0} \left( \frac{Q_0}{Q} - 1 \right) \quad (16)$$

Przy dużej wartości dobroci własnej w stosunku do dobroci roboczej powyższy wzór można uprościć do postaci:

$$L = \frac{R}{\omega_0 Q} \quad (17)$$

Z powyższych wzorów wynika, że przy stałej rezystancji obciążenia dobroć (i selektywność) obwodu będzie się zwiększać, gdy będziemy zmniejszać indukcyjność. Można to określić inaczej; obwody o małym stosunku L/C są bardziej selektywne.

### Przykład 1:

Potrzebny jest obwód LC o częstotliwości rezonansowej  $f_0=3,65\text{MHz}$ , paśmie przenoszenia  $B_3=365\text{kHz}$  i pracujący z obciążeniem  $R=5\text{kom}$ . Dobroć cewki  $Q_0=200$ .

$$\text{Dobroć robocza} \quad Q = 3,65 / 0,365 = 10 \quad (12)$$

$$\text{Pulsacja} \quad \omega = 2\pi \cdot 3,65 \cdot 10^6 = 22,92 \cdot 10^6 \quad (2)$$

Przy znacznej wartości  $Q_0$  możemy zastosować wzór uproszczony:

$$\text{Indukcyjność} \quad L = 5000 / (22,92 \cdot 10^6 \cdot 10) = 21,8 \cdot 10^{-6} [\text{H}] = \underline{21,8 [\mu\text{H}]} \quad (17)$$

$$\text{Pojemność} \quad C = 1 / (22,92 \cdot 10^6)^2 / (21,8 \cdot 10^{-6}) = 87,3 \cdot 10^{-12} [\text{F}] = \underline{87,3 [\text{pF}]} \quad (6)$$

$$\text{Tłumienie obwodu: } A_0 = 1 / (1 - 10 / 200) = 1,05 [\text{V/V}] \quad (0,42\text{dB}) \quad (22)$$

$$\text{Tłumienie (7MHz)} \quad A = 1,05 \cdot 10 \cdot (7 / 3,65 - 3,65 / 7) = 14,7 \quad (23,3\text{dB}) \quad (14)$$

Jeżeli spróbujemy uzyskać węższe pasmo np.  $B_3=36,5\text{kHz}$  obliczenia będą następujące:

$$\text{Dobroć robocza} \quad Q = 3,65 / 0,0365 = 100 \quad (12)$$

$$\text{Indukcyjność} \quad L = 5000 / (22,92 \cdot 10^6 \cdot 100) = 2,18 \cdot 10^{-6} [\text{H}] = \underline{2,18 [\mu\text{H}]} \quad (17)$$

$$\text{Pojemność} \quad C = 1 / (22,92 \cdot 10^6)^2 / (2,18 \cdot 10^{-6}) = 873 \cdot 10^{-12} [\text{F}] = \underline{873 [\text{pF}]} \quad (6)$$

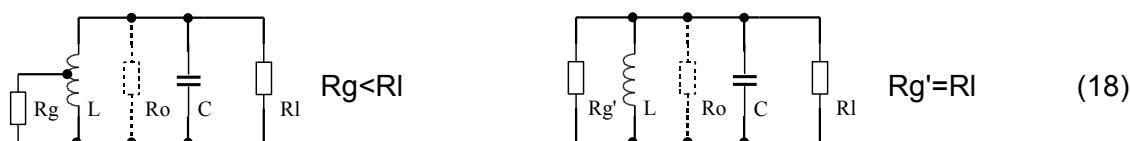
$$\text{Tłumienie obwodu: } A_0 = 1 / (1 - 100 / 200) = 2 [\text{V/V}] \quad (6\text{dB}) \quad (22)$$

$$\text{Tłumienie (7MHz)} \quad A = 2 \cdot 100 \cdot (7 / 3,65 - 3,65 / 7) = 279 \quad (48,9 \text{ dB}) \quad (14)$$

## Dopasowanie

Dopasowanie optymalne polega na zapewnieniu identycznych rezystancji źródła sygnału i obciążenia. Jeśli łączone układy mają różne wartości rezystancji trzeba stosować transformację. Obwody rezonansowe w układach wielkiej częstotliwości są idealne do tego celu. Odpowiednio zaprojektowane zapewniają transformację rezystancji, kompensację pojemności pasożytniczych i zarazem niezbędną selektywność. Dopasujemy oczywiście nie obwody rezonansowe tylko elementy układu za pomocą obwodów rezonansowych.

Pokazany na rysunku obwód rezonansowy jest obciążony z jednej strony rezystancją generatora  $R_g$ , a z drugiej rezystancją obciążenia  $R_l$ . Wartości  $R_l$  i  $R_g$  nie są sobie równe. Dzięki zastosowaniu transformacji przez odczep na cewce obwód rezonansowy „widzi” przetransformowaną wartość rezystancji generatora  $R_g'$  (schemat zastępczy po prawej).



Dopasowanie będzie optymalne, kiedy wartości  $R_g'$  i  $R_l$  będą sobie równe (wpływ rezystancji  $R_o$  dla uproszczenia pomijamy). Wtedy na obciążeniu wydzieli się największa moc.

Wypadkowa rezystancja obciążająca obwód rezonansowy:

$$R = \frac{R_g R_l}{R_g + R_l} \quad (19)$$

Dla dopasowania optymalnego będzie to po prostu:

$$R = \frac{R_l}{2} \quad (20)$$

Ta wartość  $R$  powinna być użyta do obliczenia indukcyjności  $L$  ze wzoru (17).

Transformacja rezystancji może być zastosowana po jednej stronie (generatora) lub po obu stronach, czyli

generatora i obciążenia.

Realizacja transformacji może być różna: przez odczep cewki, uzwojenie sprzęgające lub dzielniki pojemnościowe. Każdy ze sposobów ma wady i zalety:

Uzwojenie sprzęgające - łatwy dobór transformacji przez zmianę liczby zwojów, możliwość dołączania obciążeń niesymetrycznych i symetrycznych, dobre tłumienie sygnałów odległych od fo, odporność na zakłócenia, separacja galwaniczna.

Odczep - łatwy dobór transformacji przez zmianę liczby zwojów, w cewkach powietrznych możliwość realizacji ułamkowych ilości zwojów (0.33zw., 2.5zw, itp.). Brak separacji galwanicznej, gorsza filtracja poza pasmem.

Sprężenie pojemnościowe „górne” - dowolność współczynnika transformacji, możliwość osobnej regulacji rezonansu i sprzężenia trymerami, powszechnie stosowane w filtrach wieloobwodowych.

Dzielnik pojemnościowy - dowolność współczynnika transformacji, utrudniony eksperymentalny dobór sprzężenia, stosowany raczej w obwodach strojonych indukcyjnie.

### Sprawność i tłumienie.

Rzeczywiste obwody rezonansowe są stratne. Jeśli taki obwód znajduje się na wejściu wzmacniacza, to część mocy sygnału wydziela się na rezystancji wejściowej wzmacniacza R (i o to chodzi), a część wytraci się w obwodzie rezonansowym, w rezystancji Ro, która reprezentuje jego stratność. Trzeba więc zapewnić jak największą wartość Ro w stosunku do R, bo wtedy obwód najmniej bocznikuje wejście wzmacniacza.

$$\frac{R}{R_0} = \frac{Q \omega_0 L}{Q_0 \omega_0 L} = \frac{Q}{Q_0} \quad (21)$$

Z tej zależności wynika, że dobroć robocza powinna być jak najmniejsza w stosunku do dobroci własnej. Uzyskujemy wtedy najmniejsze tłumienie obwodu. Przy dopasowaniu optymalnym, w rezonansie, wynosi ono:

$$A_0 = \frac{U1_{max}}{U2} = \frac{1}{1 - \frac{Q}{Q_0}} \quad (22)$$

Sprawność obwodu dopasowanego optymalnie jest kwadratem odwrotności tłumienia:

$$\eta = \frac{P2}{P1_{max}} = \frac{1}{A_0^2} = \left(1 - \frac{Q}{Q_0}\right)^2 \quad (23)$$

Niestety, obniżanie dobroci roboczej dla zmniejszenia tłumienia powoduje poszerzenie pasma, czyli pogorszenie właściwości filtracyjnych. Dostateczną filtrację z małym tłumieniem realizujemy wobec tego (najczęściej) stosując wieloogniowe filtry o niskiej dobroci roboczej lub pojedyncze obwody o bardzo dużej dobroci, trudne jednak do wykonania.

Z powyższych powodów filtry wyjściowe nadajników mają dobroć roboczą rzędu 3-10. W odbiornikach, gdzie zależy nam na dużej selektywności dopuszczamy większe dobroci, bo straty łatwiej skompensować dodatkowym wzmocnieniem.

### Praktyczne podejście do projektowania obwodów.

Przystępując do projektowania obwodu rezonansowego musimy mieć następujące dane:

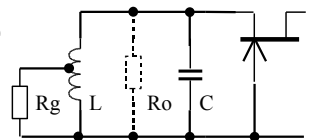
- częstotliwość pracy
- pasmo przenoszenia
- rezystancja źródła sygnału (n.p. antena 50om)
- rezystancja obciążenia obwodu (n.p. rezystancja wejściowa wzmacniacza, mieszacza)
- pojemności własne źródła i obciążenia
- dobroć własna cewki (z tabel producenta).

Kolejność postępowania:

1. Obliczyć dobroć roboczą  $Q$ .
  2. Obliczyć indukcyjność optymalną  $L$  i pojemność rezonansową  $C$  - ocenić, czy są to wartości realne:
    - cewki o skrajnie małych lub dużych indukcyjnościach przy wybranym typie rdzenia mogą mieć obniżoną dobroć własną,
    - znikoma indukcyjność (mała liczba zwojów) utrudni dobór odczepu lub uzwojenia sprzęgającego,
    - cewki o dużej indukcyjności i liczbie zwojów mają większe pojemności pasozytnicze,
    - znikoma pojemność rezonansowa grozi zwiększonym wpływem pojemności własnych źródła i obciążenia, co zmniejsza stabilność obwodu. Pojemności zewnętrzne nie powinny przekraczać 10% obliczonej pojemności rezonansowej.
    - duża pojemność rezonansowa może uniemożliwić strojenie w zadanym paśmie, a stabilne kondensatory o dużych pojemnościach są trudne do zdobycia.
- Jeśli wartości  $L$  i  $C$  nie będą dogodne do realizacji, to trzeba przewidzieć transformację rezystancji generatora i(lub) obciążenia i dla nowej rezystancji obciążenia obwodu powtórzyć obliczenia  $L$  i  $C$ .
3. Obliczyć sprawność obwodu (szczególnie ważne w torze nadawczym). Jeżeli sprawność będzie zbyt mała trzeba przewidzieć zastosowanie większej liczby ogniw LC dla uzyskania zadanej selektywności.
  4. Uwzględnić pojemności pasozytnicze. Od obliczonej wartości pojemności obwodu trzeba odjąć pojemność własną dołączonego obciążenia.
  5. Wybrać sposób transformacji rezystancji dołączonych do obwodu. Źródło i obciążenie mogą być dołączone na różny sposób np. antena przez uzwojenie sprzęgające a wzmacniacz wejściowy do odczepu cewki.

### Przykład 2:

Zaprojektować wejściowy obwód wejściowy LC do wzmacniacza FET ze wspólną bramką. Impedancja anteny  $R_g=50\text{om}$ , rezystancja wejściowa wzmacniacza  $R_i=200\text{om}$ , częstotliwość robocza  $f_0=3,65\text{MHz}$ , pasmo przenoszenia  $B=365\text{kHz}$ . Dobroć cewki  $Q_0=100$ .



### Wariant I:

$$\text{Pulsacja} \quad \omega_0 = 2\pi \cdot 3,65 \cdot 10^6 = 22,92 \cdot 10^6 \quad (4)$$

$$\text{Dobroć robocza} \quad Q = 3,65 / 0,365 = 10 \quad (12)$$

Z warunku dopasowania wynika, że rezystancja anteny musi być przetransformowana do wartości 200om (18).

$$\text{Rezystancja obciążenia obwodu: } R = 200 \cdot 200 / (200 + 200) = 100\text{om} \quad (19)$$

$$\text{Indukcyjność } L = 100 / (22,92 \cdot 10^6 \cdot 100) \cdot (100/10 - 1) = 0,39 \cdot 10^{-6} [\text{H}] = 0,39 [\mu\text{H}] \quad (17)$$

$$\text{Pojemność } C = 1 / (22,92 \cdot 10^6)^2 / 0,39 \cdot 10^{-6} = 4,88 \cdot 10^{-9} [\text{F}] = 4,88 [\text{nF}] \quad (6)$$

$$\text{Tłumienie obwodu: } \eta = 1 / (1 - 10/100) = 1,11 \quad (0,9\text{dB}) \quad (22)$$

Transformacja rezystancji może być najprościej zrealizowana przez użycie cewki z odczepem. Współczynnik transformacji  $k=200/50=4$  uzyskamy umieszczając odczep w połowie uzwojenia cewki. Stosunek liczby zwojów  $n=2$  daje nam transformację rezystancji w stosunku  $k=n^2=4$ .

### Wariant II.

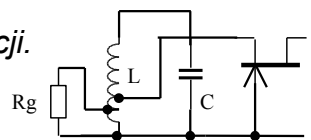
Obliczone wartości  $L$  i  $C$  w „Wariacie I” nie są dogodne do realizacji.

Trzeba zastosować transformację rezystancji wejściowej wzmacniacza, aby uzyskać większą rezystancję obciążenia obwodu, co pozwoli zwiększyć indukcyjność i zmniejszyć pojemność. Jeśli dołączymy generator w 1/8 długości cewki, a tranzystor w 1/4 jej długości to zastępcze rezystancje widziane na obwodzie rezonansowym wyniosą  $R_g'=R_i'=3200\text{om}$ . Wówczas:

$$\text{Rezystancja obciążenia obwodu: } R = 3200 \cdot 3200 / (3200 + 3200) = 1600\text{om} \quad (19)$$

$$\text{Indukcyjność } L = 1600 / (22,92 \cdot 10^6 \cdot 100) \cdot (100/10 - 1) = 0,39 \cdot 10^{-6} [\text{H}] = 6,24 [\mu\text{H}] \quad (17)$$

$$\text{Pojemność } C = 1 / (22,92 \cdot 10^6)^2 / 6,24 \cdot 10^{-6} = 305 \cdot 10^{-12} [\text{F}] = 305 [\text{pF}] \quad (6)$$



*Marcin Świetliński, SP5JNW, 01.2006.*

*Literatura:*

*[1] Kurzwellenempfänger, D.Lechner, Militärverlag, Berlin 1985,*

*[2] Sprawocznik Radiolubiteľa Korotkovołnika, S.G.Bunin, Ł.P.Jailenko, Technika, Kiew 1984.*